Abhandlung
von der
Theoretischen
und
Practischen
Geometrie
zum Gebrauche der Künstler
Werk- und Baumeister
aus dem Französischen
des
Herrn Sebastian le Clercs
übersetzt

EIGENTHUM DER STADT AUGSBURG

AUGSBURG,
verlegts Johann Georg Hertel.
Allda gedruckt bey Johann Michael Wagner. 1756.

Auszug aus dem Leben Herrn Sebastian le Clercs.

Sebastian le Clerc ward den 26. des Herbstmonaths im Jahre 1637. zu Metz gebohren. Sein Großvater, der ein Lothringischer von Adel, und ums Jahr 1580. Secretär bey der Prinzessinn von Tarent war, sah sich gezwungen, von Nancy wegzugehen, und sich nach Metz zu flüchten, um den Nachsuchungen zu entgehen, welche man wegen der protestantischen Religion damals hielt, die er ergriffen hatte. Da dieser unglückliche Zufall seine Familienumstände in Unordnung gebracht hatte; so wurde der jüngste seiner Kinder, Namens Lorenz le Clerc, der 1590. gebohren war, zu

Goldschmiede in Metz gethan, welcher nachgehends ungefähr ums Jahr 1610. nach Paris kam. Er arbeitete zu Lion während der bekannten Pest, welche 1635. in dieser Stadt wütete. Er kam hierauf wieder nach Metz zurücke, allwo er sich setzte, und 1695. in einem Alter von hundert und fünf Jahren daselbst starb. Er hinterließ eine Tochter, und einen Sohn, mit Namen Sebastian le Clerc, eben denjenigen, von dem wir reden wollen.

Sein Vater, ein sehr künstlicher Goldschmied, lehrte ihn bey guter Zeit zeichnen, und sein Sohn hatte eine solche Fähigkeit dazu, daß er für sich schon in dem zehenden oder zwölften Jahre seines Alters andern wiederum Stunden darinnen gab. Man hat unter andern noch eine kleine Zeichnung von ihm, die ein auf dem Rücken liegendes Kind vorstellet, über welches sein Vater geschrieben hatte, daß er nicht älter als acht Jahre gewesen sey, als ers verfertiget hätte. Herr Le Clerc schickte sich so früh zum Kupferstechen an, daß er sich selbst nicht mehr erinnern konnte, in welchem Jahre ers angefangen hätte. Das erste Stück, das er machte, und wovon man die Zeit gewiß weiß, ist ein Rock unsers HErrn, den er im 18. Jahre seines Alters stach.

Da er ungemein weit aussehende Fähigkeiten hatte, und ausserordentlich begierig war, sich neue Känntniß zu erwerben; so begnügte er sich nicht mit der blossen Erlernung der Zeichnung und Kupferstecherkunst; sondern er fieng auch an, Bücher, die von der Naturwissenschafft und der Geometrie handelten, zu lesen, weil er überzeugt war, daß es fast nicht möglich sey, ohne

Geome-

Geometrie ein guter Naturkundiger zu seyn. Er nahm ungemein darinnen zu, ohne einen Lehrmeister zu haben. Einige Zeit darauf lehrete ihn ein Domherr zu Metz, den seine Liebe zum Studieren gerühret hatte, die Sehekunst, (Perspectiv) aber der Schüler wuchs in dieser, Zeichnern so nöthigen Wissenschafft gar bald über seinen Lehrmeister hinaus.

Ein so glücklicher Anfang munterte den Herrn Le Clerc auf, und er faßte den Entschluß, sich ernstlich auf die Mathematic zu legen. Er studierte deswegen in dem Vorsatze, sich durch die Ingenieurkunst aufzuschwingen, die Befestigungskunst, und andere einen guten Kriegsbaumeister zu bilden, nöthige Wissenschafften, aus dem Grunde. Es glückte ihm darinnen vollkommen; und er wurde zum Ingenieurgeographus von dem Marschall de la Ferté erwählet, auf dessen Befehl er den Grund der hauptsächlichsten Plätze in den Bistümern Metz und Verdun aufnahm. Besonders war er mit dem Grundrisse von Marsal, dessen Befestigungswerke man schleifen wollte, glücklich. Als er aber hörte, daß man diesen Riß unter dem Namen eines andern Ingenieurs nach Hofe geschickt hatte, und er kein Recht wegen dieser Unbilligkeit erhalten konnte; so verdroß es ihn so sehr, daß er diese seine Bedienung aufgab. Er kam daher 1665. nach Paris, in Hoffnung, unter den Ingenieuren fernere Beförderung zu erlangen: aber Herr Le Brun, welcher ganz ausserordentliche Gaben zum Zeichnen und Kupferstechen an ihm entdecket hatte, brachte ihn von diesen Gedanken ab, und gab ihm den Rath, sich dieser schönen Kunst gänzlich zu wiedmen. Und Herr Le Clerc folgte

auch dem Rathe dieses grossen Malers, der sich seiner in Ansehung seiner Beförderung ungemein annahm, und ihm Gelegenheit, sich zu zeigen, verschaffte.

Um diese Zeit brachte er seine kleine practische Geometrie zu Stande, mit welcher er schon zu Metz weit gekommen war. Sie verließ zu Paris 1668. die Presse, mit 82 Kupferplatten gezieret, welche wegen der Menge und Verschiedenheit der Figuren ungemein anmuthig waren. Da diese Ausgabe wegen der Kenner und Neugierigen gar bald vergriffen war; so ward 1682. eine neue Ausgabe davon besorget. Dieses Werk hatte übrigens alles erwünschte Glück; man nahm es überall mit Beyfall auf. Sein Ruhm breitete sich sogar bis nach Hofe aus, und Herr Colbert, der Beförderer der freyen Künste, der ihn gerne in Paris auf immer behalten wollte, ließ ihm in der Scharlachfärberey und Tapetenmanufactur eine Wohnung anweisen, und gab ihm eine Besoldung von sechshundert Thalern, um ihn in königlichen Diensten zu erhalten, und zu verbinden, für niemand andern als für den König zu arbeiten. Auf dieses grossen Ministers Veranlassung gab er auch dem Herrn von Blainville, der die Anwartschafft auf das Oberaufseherammt über die Gebäude bekommen hatte, in den mathematischen Wissenschafften und im Zeichnen Unterricht.

Da die Achtung, welche man gegen ihn hatte, von Tag zu Tage grösser wurde; so erwählte man ihn im Jahr 1672. die Abbildung der Trauerbühne zu zeichnen und in Kupfer zu stechen, welche die königliche Maleracademie Sr. Excellenz, dem Herrn Kanzler Seguier zu Ehren, in der Kirche der ehrwürdigen Väter des Oratorii

torii auf der Strasse St. Honoré hatte aufrichten lassen. Herr Le Brün, welcher die Einrichtung derselben angegeben und besorget hatte, war über dieses unvergleichliche Stück so vergnügt, daß er das Kupfer und den Künstler zu gleicher Zeit der Academie vorzeigte. Herr Le Clerc ward mit einmüthigen Stimmen als Kupferstecher zum Mittglied aufgenommen, und man machte ihn über dieses noch zum Lehrer der Geometrie und der Perspectiv, mit einem jährlichen Gehalte von dreyhundert Pfunden. Die Trauerbühne, welche er gestochen hatte, war zugleich das Probekupfer bey seiner Aufnahme in die Academie, und blieb auch, nach eingeführter Gewohnheit, in derselben, in welcher er dreyßig Jahre lang mit glücklichem Erfolge die Perspectiv und Geometrie lehrte.

Im Jahr 1673. verheurathete sich Herr Le Clerc mit einer Tochter des Herrn Vandenkerchovs, königlichen Scharlachfärbers in der königlichen Scharlachfärberey und Tapetenmanufactur, mit welcher er sechs Söhne und vier Töchter erzeugte. Der älteste Sohn ward ein Maler, und lehrt dermalen die Perspectiv in der königlichen Academie, von welcher er eines der berühmtesten Mittglieder ist. Kurz nach seiner Heurath gab er das Gehalt von achtzehn hundert Pfunden, das ihm der König gab, auf, weil er mehr zu verdienen glaubte, wenn er für jedermann arbeitete, und er auch denen willfahren wollte, die ihm um Werke von ihm anlagen. Man ließ ihm aber doch noch immer eine kleine Besoldung von hundert Pfunden jährlich wegen der Gebäude, und kurz darauf gab man ihm noch eine andre von dreyhunderten.

Im Jahr 1679. stellte er seine kleine Abhandlung vom Gesichtspunkte ans Licht. Er unternahm diese Arbeit, um die Perspectiv wider diejenigen zu vertheidigen, welche von ihr behaupteten, sie wäre auf falsche Grundsätze gebauet. Um eben diese Zeit stach er die berühmten Maschinen in Kupfer, mit welchen man die zween grossen Steine, die den Giebel des königlichen Schlosses decken, in die Höhe zog. Unter dem Herrn Marquis von Louvois aber erwählte man ihn, die Münzen zu der Geschichte des Königs zu zeichnen. Er hatte dabey die Aufsicht über die Kupferstecher; er verbesserte ihren Grund, und machte die ersten Umrisse selber bis zum Aezen und der Nacharbeitung mit dem Grabstichel fertig.

Im 1690. Jahre stellte er seine grosse theoretische und practische Geometrie ans Licht, welche kurz darauf in Holland nachgedruckt ward. Es ist alles mit einer solchen Deutlichkeit und genauen Bestimmung darinnen erklärt, daß ein jeder, der nur aufmerksam ist, ohne andre Beyhülfe, von selber die Geometrie daraus erlernen kann. Herr Le Clerc hat dieses Buch, nach seiner Gewohnheit, mit vielen Figuren ausgeschmücket, die demselben viele Liebhaber erworben haben. Eben diese Geometrie ist es, von welcher wir hier eine zweyte Ausgabe mit neuen Zierrathen, und verschiednen kleinen unten an jeder Platte angebrachten Kupferstichen liefern, um diejenigen zu ersetzen, mit welchen dieser grosse Mann das letzte Kapitel in seiner Ausgabe bereichert hatte. In dem nämlichen sechzehnhundert und neunzigsten Jahre, nachdem Herr Mellan gestorben war, bekam er königliche Bestallung als Zeichner und Kupferstecher des kö-

niglichen

niglichen Cabinets, nebst einem jährlichen Gehalte von vierhundert französischen Pfunden. Einige Zeit darauf aber ward er zu einem der vier Professoren ernannt, welche den königlichen Tapetenfabricanten die Muster machen.

Im Jahr 1698. gab er sein schönes Kupfer von der Academie der Künste und Wissenschafften heraus, welches ein Meisterstück ist, sowohl wegen der überaus fruchtbaren Zusammensetzung, als auch wegen der Austheilung der Stellungen der Bilder, und der Haltung. Einige Zeit hernach verfertigte er den *Einzug Alexanders in Babylon*, in eben der Grösse, als jenes, dessen Kamerad es seyn sollte. Es giebt auch demselben weder an der Erfindung, noch an der Menge und Verschiedenheit der Sachen im geringsten etwas nach. *Die wundersame Speisung der fünftausend Mann*, *das Stück vom Esaia*, *die Thaten des Königes*, und *die Kupfer zur Geschichte des Herzogs von Lothringen*, sind Stücke, die ihm viel Ehre gemacht, und Gelegenheit gegeben haben, seine Leichtigkeit im Erfinden, und die Fruchtbarkeit seines Witzes durch die verschiedenen Manieren zu zeigen, mit welchen er alle diese Stücke ausgeführet hat.

Im 1706. Jahre ließ er sein *neues System von der Welt, der heiligen Schrift gemäß*, drucken. In eben diesem Jahre machte ihn der Cardinal *Gualterio*, päbstlicher Nuntius in Frankreich, der viel von ihm hielt, zum römischen Ritter. 1710. muste er das Kupferstechen aufgeben, weil sein Gesicht überaus mitgenommen worden war; als sich aber dasselbe nach und nach wiederum

gestärket hatte; so nahm er seine gewöhnlichen Arbeiten wieder zur Hand. 1712. druckte man sein System vom Sehen, welches eigentlich nichts anders ist, als das, was er in seiner Abhandlung vom Gesichtspunkte schon auseinander gesetzet hatte. Allein, er gehet hier noch weiter, und baut sein Lehrgebäude auf neue Beweise, und beantwortet alle Schwierigkeiten, die man seiner Meinung entgegen setzen konnte.

Im siebzehn hundert und vierzehnden Jahre, sechs Monate, ehe er starb, gab er, was das Zeichnen und Kupferstechen angieng, alles völlig auf, ohne jedoch gar alle Arbeit wegzulegen: denn er ließ damals seinen Tractat von der Baukunst drucken, und besorgte die Correctur desselben. Das Buch besteht aus zween Quartbänden, wovon der zweyte Band, der aus lauter Kupfern besteht, zweyhundert Kupfertafeln enthält, die er alle mit eigner Hand gestochen hatte. Er starb 1714. den 25. des Weinmonats, im sieben und siebzigsten Jahre seines Alters.

Man will hier von den andern Kupferstichen, die er gemacht hat, nicht reden. Es sind ihrer mehr als vier tausend, ohne seine Zeichnungen, deren er eben eine so grosse Anzahl verfertiget hat, mitzurechnen. Man müste ein ganzes Buch schreiben, um die Sache einigermassen ausführlich zu erzählen. Dieses blos ist zu merken, daß diese grosse Menge Kupferstiche fast gänzlich von seiner Erfindung sind, und daß er, ausser nach seinen Zeichnungen, überaus wenig nach fremden gestochen habe, es müsten dann einige Zeichnungen von Herrn Le Brüns Erfindung gewesen seyn. Wenn man hiebey bedenkt,

daß

daß er dreyßig Jahre lang fast alle Tage die Geometrie Kriegs- nnd ordentliche Baukunst, wie auch die Perspectiv gelehret, und was für eine erstaunende Menge von Maschinen, die zu diesen Wissenschafften gehören, er theils selber erfunden, oder gar in Holzwerk verfertigt habe, womit er sein Zimmer ausgeziert; so wird man gestehen müssen, daß kein Mensch die Zeit besser als er angewendet, und die vortrefflichen Gaben, die ihm verliehen waren, wie auch die glücklichen Fähigkeiten, die er hatte, sich in der Mathematic und den freyen Künsten über alle empor zu schwingen, sehr wohl genützet habe.

Nachricht an den Buchbinder.

Von den fünf und vierzig Kupfertafeln, die zu diesem Buche gehören, müssen diejenigen, die zu jedem Hauptstücke gehören, an das Ende desselben gebunden werden. Man muß weißes Papier an den Kupfern übrig lassen, daß man das Kupfer zum Buche heraus schlagen kann. Man muß es dreymal falzen, und den letzten Falz an die Leiste des Kupfers machen, daß man es nicht verderbet.

Inhalt und Verzeichniß

der

in diesem Buche vorkommenden

Hauptstücke

und

Aufgaben.

Erstes Hauptstück.

Definitionen.

Seite

Von der Geometrie 1

Vom Punkte, der Linie, von der krummen Linie, von den Parallellinien, vom Winkel durch Linien, 2

Von dem rechtlinichten, gemischtlinichten und krummlinichten, von dem rechten, spitzigen und stumpfen Winkel, von der Perpendicularlinie, 3

Von dem entgegengesetzten und gleichen Wechselwinkel: von der Fläche: von der krum-

Seite
krummen Fläche: von der Lage derselben 4
Vom äussersten Ende, von der Figur, von der rechtlinichten Figur: von den Vielecken 5
Vom rechtwinklichten, stumpfwinklichten spitzwinklichten und gleichseitigen Dreyecke 6
Vom gleichschenklichten und ungleichseitigen Triangel: vom Vierecke: vom länglichten Vierecke: vom Parallelogrammo: von der Raute 7
Von der Diagonallinie: vom Trapezio: von der Grundlinie: vom Zirkel 8
Vom Durchmesser und den Radiis: von den Graden und Minuten: vom Bogen: von der Sehne 9
Von der Messung des Bogens und des Winkels: von der berührenden, durchschneidenden Linie: vom Halbzirkel 10
Von Zirkelstücken: vom Zirkelausschnitte: von der Eyfigur: von der Ellipsis: von der regulären Figur 11
Von der irregulären Figur: von der gleichwinklichten, gleichseitigen, von concentrischen, excentrischen Figuren: vom Complement 12
Vom Winkelmaasse: von den gemeinschäfftlichen Theilen: von der Grösse einer Grösse 13
Von dem Verhältnisse zwoer Grössen: von den Gliedern der Verhältniß: von den Vörder- und Hintergliedern: von den ähnlichen und gleichen Verhältnissen 14

Von

Seite

Von den proportionalen Gliedern: von der Proportion: von den Gliedern derselben: von den mittlern und äussersten Gliedern 15

Von den Gliedern in einer hafftenden Proportion: von dem doppelten und dreyfachen Verhältnisse: von dem umgekehrten: von dem wechselnden Verhältnisse: von der Proportion der Gleichung 17

Von der zusammen gesetzten Proportion 18

Von der zertheilten Proportion: von den ähnlichen Figuren: von den gleichnamigten Gliedern: von den gleichhaltigen 19

Von den gleichen Flächen: von dem Passen derselben: von ihrer Höhe: von den Figuren, die in einem Zirkel und um einen beschrieben werden 20

Von dem innwendigen Raum einer Figur: von dem Maaßstabe 21

Zweytes Hauptstück.

Sätze.

Die verkehrte und wechselnde Proportion 24

Die Gleichungs- und zusammen gesetzte Proportion, 25

Drittes Hauptstück.

Von Linien, Winkeln und Figuren.

1 Aufg. Eine Linie in zween gleiche Theile zu theilen, 65

2. Aufg.

Seite

2 Aufg. Einen Bogen in zween gleiche Theile zu theilen, 65

3 Aufg. Einen rechtlinichten Winkel in zween gleiche Theile zu theilen, 66

4 Aufg. Aus einem in einer geraden Linie gegebnen Punkte eine Perpendicularlinie aufzurichten, 67

5 Aufg. An dem Ende einer Linie eine Perpendicularlinie aufzurichten, 68

6 Aufg. Eine Perpendicularlinie auf eine gerade Linie herab zu lassen, 69

7 Aufg. Eine gerade Linie, die auf beyden Seiten gleiche Winkel machet, über einen rechtlinichten Winkel aufzurichten, 70

8 Aufg. Durch einen gegebnen Punkt eine mit einer andern parallele Linie zu ziehen, eb. das.

9 Aufg. Einen Winkel dem andern gleich zu machen, 71

10 Aufg. Den Inhalt eines Winkels durch einen Transporteur zu finden, eb. das.

11 Aufg. Einen Winkel von so viel Graden als man will, zu machen, 72

12 Aufg. Einen gleichseitigen Triangel auf eine gegebne Grundlinie zu beschreiben, eb. das.

13 Aufg. Ein Quadrat auf eine gegebne Grundlinie zu machen, 73

Seite

14 Aufg. Einen gleichseitigen Triangel in einem Zirkel zu beschreiben, eb. das.

15 Aufg. In einem Zirkel ein reguläres Sechseck zu beschreiben, 74

16 Aufg. In einem Zirkel ein Quadrat zu beschreiben, eb. das.

17 Aufg. Ein reguläres Achteck in einem Zirkel zu beschreiben, 75

18 Aufg. Ein reguläres Vieleck nach Belieben durch Hülfe eines Transporteurs in einem Zirkel zu beschreiben, eb. das.

19 Aufg. Ein reguläres Sechseck auf eine gegebne Grundlinie zu bauen, 76

20 Aufg. Mit einer gegebnen Seite ein reguläres Zwölfeck zu beschreiben, eb. das.

21 Aufg. Auf eine gegebne Grundlinie ein Achteck zu beschreiben, 77

22 Aufg. Auf eine gegebne Grundlinie ein reguläres Vieleck nach Gefallen zu beschreiben, 77, 78

23 Aufg. Ein Siebeneck in einem Zirkel zu beschreiben, 79

24 Aufg. Ein Neuneck in einem Zirkel zu beschreiben, eb. das.

25 Aufg. Ein reguläres Neuneck auf eine gegebne Grundlinie zu bauen, 80

26 Aufg. Einen Triangel zu beschreiben, der einem andern gleich u. ähnlich ist, eb. d.

27 Aufg. Auf eine gegebne Grundlinie einen Triangel zu beschreiben, der einem andern ähnlich ist, 81

Seite
28 Aufg. Eine rechtlinichte Figur zu beschreiben, die einer andern gleich und ähnlich ist, 81
29. Aufg. Auf eine gegebne Grundlinie eine Figur zu beschreiben, die einer andern gleich und ähnlich ist, 82
30. Aufg. Eine Figur, die einer andern ähnlich ist, durch Hülfe des Maaßstabes ähnlich zu machen, eb. das.
31 Aufg. Den Mittelpunkt eines Zirkels zu finden. 83
32 Aufg. Einen angefangenen Zirkel zu vollführen, von dem man den Mittelpunkt nicht hat, 84
33 Aufg. Das Mittel zwischen drey Punkten, oder einen Zirkel durch drey Punkte, die nicht in einer geraden Linie sind, zu beschreiben, 85
34 Aufg. Eine gerade Linie zu ziehen, welche einen Zirkel in einem gegebnen Punkte berührt, eb. das.
35 Aufg. Den Punkt zu finden, in welchem eine gerade Linie einen Zirkel berührt, eb. das.
36 Aufg. Auf eine gerade Linie ein Zirkelstück zu beschreiben, das einen Winkel enthält, der einem gegebnen gleich ist, 86
37 Aufg. Ein reguläres Vieleck, dessen Centralwinkel gegeben wird, auf eine Linie zu beschreiben, 87

Seite
38 Aufg. Von einem Zirkel ein Segment abzuschneiden, das einen Winkel enthält, der so groß ist, als ein gegebner, 88
39 Aufg. Einen Triangel, der einem andern ähnlich ist, in einem Zirkel zu beschreiben, 89
40 Aufg. Einen Zirkel in einem Triangel zu beschreiben, eb. das.
41 Aufg. Einen Zirkel um einen Triangel zu beschreiben, 90
42 Aufg. Um einen Zirkel einen Triangel zu beschreiben, der einem gegebnen ähnlich ist, 90, 91
43 Aufg. Ein Quadrat um einen Zirkel zu beschreiben, 91
44 Aufg. Ein reguläres Vieleck um einen Zirkel zu beschreiben, 92
45 Aufg. Eine gerade Linie in so viel gleiche Theile, als man will, zu theilen, 93
46 Aufg. Andre Art, 94
47 Aufg. Verschiedne ähnliche Maaßstäbe von ungleichen Längen zu machen, 95
48 Aufg. Eine Linie in verschiedne Theile zu theilen, welche sich untereinander wie Theile einer andern Linie verhalten, 96
49 Aufg. Zu zwo gegebnen Linien die dritte proportionale zu finden, 97
50 Aufg. Zu drey gegebnen Linien die vierte proportionale zu finden, eb. das.

Seite
51 Aufg. Eine mittlere Proportionallinie zu finden, 98
52 Aufg. Andre Art sie zu finden, 99
53 Aufg. Von einer gegebnen Linie ein Stück abzuschneiden, welches zwischen dem Reste und einer andern die mittlere Proportionallinie ist, 100
54 Aufg. Zwischen zwoen gegebnen zwo mittlere Proportionallinien zu finden, so daß alle vier in einer haftenden Proportion sind, 101
55 Aufg. Auf eine gegebne Länge eine Eylinie zu beschreiben, 103
56 Aufg. Eine um eine gegebne Länge und Breite zu beschreiben, 104
57 Aufg. Den großen und kleinen Durchmesser einer Eylinie zu finden, 105
58 Aufg. Die Peripherie eines Zirkels in 360 Grade einzutheilen, eb. das.
59 Aufg. Den Umfang einer Figur in verschiedene gleiche Theile zu theilen, 106
60 Aufg. Eine gerade Linie zu einer krummen zu finden, 107

Viertes Hauptstück.

Von Verwandlung der Figuren.

1 Aufg. Aus einem ungleichseitigen Triangel ABC einen gleichschenklichten zu machen, 108

Seite
2 Aufg. Ein Parallelogrammum in einen Triangel zu verwandeln, eb. das.
3 Aufg. Einen Triangel ABC in ein Parallelogrammum zu bringen, 109
4 Aufg. Aus dem Triangel ABC ein Parallelogrammum zu machen, ohne den Winkel A zu verändern, 110
5 Aufg. Aus dem Parallelogrammo STRO ein Rectangulum zu machen, eb. das.
6 Aufg. Ein dem Triangel ABC gleiches Rectangulum zu beschreiben, 111
7 Aufg. Die vierseitige Figur ABCD in einen Triangel zu verwandeln, 112
8 Aufg. Einem Triangel ABC die Höhe BD zu geben, eb. das.
9 Aufg. Einen Triangel ABC so hoch zu machen als AD, 113
10 Aufg. Einen Triangel IKL bis zum Punkte M zu erhöhen, eb. das.
11 Aufg. Ein andrer Triangel ABC soll bis zum Punkte D niedriger gemacht werden, 114
12 Aufg. Eine vierseitige Figur ABCD in ein rechtwinklichtes Parallelogrammum zu verwandeln, eb. das.
13 Aufg. Ein Trapezium ABCD in einen Triangel, dessen oberer Winkel in E ist, zu verwandeln, 115
14 Aufg. Aus einem Fünfecke ABCDE eine vierseitige Figur CDEF zu machen, eb. das.

Seite
15 Aufg. Ein Fünfeck APONR in einen Triangel zu verwandeln, eb. das.
16 Aufg. In einen Triangel eine vierseitige Figur ABCD zu verwandeln, die einen hineingekehrten Winkel BAD hat, 116
17 Aufg. Einen Triangel zu beschreiben, der einem reguläre Fünfecke gleich sey, eb. das.
18 Aufg. Ein Fünfeck AD in einen Triangel der Seite AB zu verwandeln, 117
19 Aufg. Ein Sechseck ABE in einen Triangel AFL zu verwandeln, 118
20 Aufg. Aus einem Fünfecke ABCDE einen Triangel zu machen, der seinen obern Winkel in O und seine Grundlinie in der Linie SV hat, eb. das.
21 Aufg. Aus dem Fünfecke ABLD einen Triangel von der Höhe IL zu machen, 119
22 Aufg. Auf die Linie BD, und über den Winkel ABD einen Triangel zu machen, der dem Triangel ABC gleich ist, eb. das.
23 Aufg. Auf die Linie AF einen Triangel zu beschreiben, der einem Fünfecke ABD gleich seye, eb. das
24 Aufg. Eine Figur ABCDE, die einen hineingekehrten Winkel hat, in einen Triangel zu verwandeln, 120
25 Aufg. Eine Figur ABCDEF in einen Triangel zu verwandeln, eb. das.

Seite
26 Aufg. Ein Parallelogrammum MC zur Länge MA zu verlängern, 121
27 Aufg. Ein Parallelogrammum CNOP in eines von der Breite CR zu verwandeln, eb. das.
28 Aufg. Ein Quadrat zu beschreiben, das einem Rectangulo BG gleich ist, 122
29 Aufg. Eine Figur ABCDE zwischen zwo Parallellinien BI, AD zu bringen, 123
30 Aufg. Eine vierseitige Figur DOPR, die die Seiten DO und PR schon parallel hat, in ein Parallelogrammum zu verwandeln, eb. das.
31 Aufg. Einen gleichseitigen Triangel zu beschreiben, der einem ungleichseitigen gleich ist, 124
32 Aufg. Aus einem Triangel ABC einen andern zu machen, der dem fürgegebnen O ähnlich sey, 125
33 Aufg. Eine Linie zu ziehen, die mit DE parallel sey, und mit dem Winkel A einen Triangel mache, der dem Triangel ABC gleich ist, 126
34 Aufg. Man verlangt, daß eine Seite AB von dem Fünfecke ABD parallel sey mit CE. eb. das.
35 Aufg. Das Parallelogrammum ABEG wird gegeben, man soll seine Seite AB an den Punkt D hinrichten, 127
36 Aufg. Die Seite AB eines Triangels

ABC

Seite
ABC gegen den Punkt D zu führen, eb. das.
37 Aufg. Eine Seite AB der Figur ABG gegen den Punkt D zu führen, 128
38 Aufg. Ein reguläres Sechseck zu beschreiben, das dem Triangel ABC gleich ist, 129
39 Aufg. Ein reguläres Fünfeck zu beschreiben, das einem irregulären ABD gleich ist, 130
40 Aufg. Es wird gegeben der Triangel ABC, um daraus ein Vieleck zu machen, das dem Vielecke DG ähnlich ist, 131
41 Aufg. Eine Figur zu beschreiben, die der Figur HK ähnlich ist, welche eben so viel Raum hat, als die Figur CE. 133
42 Aufg. Einen Triangel zu beschreiben, der einem Zirkel ABD gleich ist, 134
43 Aufg. Andre Art davon. 135
44 Aufg. Den Triangel ABC in einen Zirkel zu verwandeln, 136
45 Aufg. Auf eine gerade Linie GF eine Eylinie zu beschreiben, die dem Zirkel ABC gleich seye, 137
46 Aufg. Einen Zirkel zu beschreiben, der der Eylinie GLMF gleich ist, 139

Fünftes Hauptstück.

Theilung der Figuren.

Seite

1 Aufg. Den Triangel ABC in drey gleiche Theile zu theilen, durch Linien, die aus dem Winkel C gezogen werden, 140

2 Aufg. Eine vierseitige Figur BD, durch eine aus dem Winkel C gezogene Linie in zween gleiche Theile zu theilen, eb. das.

3 Aufg. Die vierseitige Figur AC, durch eine aus dem Winkel B gezogene Linie in zween Theile zu theilen, 141

4 Aufg. Eine vierseitige Figur AC, durch zwo aus dem Winkel D gezogene Linien in drey gleiche Theile zu theilen, eb. das.

5. Aufg. Linien aus dem Winkel A zu führen, welche das Fünfeck CD in drey gleiche Theile theilen, 143

6 Aufg. Ein Fünfeck BM, durch Linien aus dem Punkte A gezogen, in vier gleiche Theile zu theilen, eb. das.

7 Aufg. Eine Figur BC, durch Linien, die durch den Winkel A gezogen werden, in sechs gleiche Theile zu theilen, 145

8 Aufg. Aus dem Winkel A eine Linie zu ziehen, welche die Figur BCE in zween gleiche Theile theilet, 146

9 Aufg. Eine Figur BE durch eine Linie aus

Seite
aus dem Winkel A in zween gleiche Theile zu theilen, 147
10 Aufg. Einen Triangel ABC durch Linien, die zum Punkte D gezogen werden, in drey gleiche Theile zu theilen, eb. das.
11 Aufg. Ein Fünfeck RS, durch Linien aus dem Punkte F gezogen, in drey gleiche Theile zu theilen, 148
12 Aufg. Aus dem Punkte G eine Linie zu ziehen, welche die Figur ACF in zween gleiche Theile theilet, eb. das.
13 Aufg. Das Fünfeck ABO in drey gleiche Theile zu theilen, durch Linien, die aus dem Punkte F gezogen werden, so daß die Linie AF eine aus den Theilungen mache, 149
14 Aufg. Das reguläre Fünfeck ACE, durch Linien, die aus dem Mittelpunkte B gezogen werden, in drey gleiche Theile zu theilen, 150
15 Aufg. Den Triangel ABC in drey gleiche Theile zu theilen, und dieses durch Linien, die zum Puncte D, der ausser dem Triangel angenommen wird, gezogen werden, 151
16. Aufg. Ein Parallelogrammum BD, durch Linien, gegen den Punkt E gezogen, in vier gleiche Theile zu theilen, eb. das.
17 Aufg. Aus dem Punkt F Linien zu ziehen, welche das Fünfeck ABD in drey gleiche Theile theilen, 152

Seite

18 Aufg. Den Triangel ABC in drey gleiche Theile zu theilen, durch Linien, welche gegen die Punkte D, E gezogen werden, welche Punkte in der Grundlinie AB angenommen werden, die dadurch in drey ungleiche Theile getheilet wird, 153

19 Aufg. Das Trapezium AC, das die gegebnen Seiten AB, CD parallel hat, wird gegeben, um in drey Theile eingetheilt zu werden durch die Punkte E, F, welche die Grundlinie AB in drey gleiche Theile theilen, 154

20 Aufg. Das Trapezium HK hat parallele Seiten IH, KS; man soll es in drey gleiche Theile durch die Punkte L, M theilen, welche die Grundlinie H ungleich theilen, eb. das.

21 Aufg. Aus D und C, die nach Belieben in der Grundlinie AI angenommen werden können, die vierseitige Figur AB in drey gleiche Theile zu theilen, 155

22 Aufg. Aus dem Punkte D eine Figur BV in zween Theile zu theilen, welche sich zusammen, wie die zween Theile der Linie RS, verhalten, 156

23 Aufg. Die Figur CF nach drey gleichen Theilen AILB in drey gleiche Theile zu theilen, eb. das.

24 Aufg. Die Figur CF in zween Theile zu theilen, welche sich zu einander verhalten,

Seite
halten, wie die Theile AN, NB der Grundlinie AB, 157
25 Aufg. Den Triangel ABC durch Linien, die mit der Seite AC parallel sind, in drey gleiche Theile zu theilen, 159
26 Aufg. Das Parallelogrammum AC durch Linien, die mit den Seiten AD, BC parallel sind, in drey gleiche Theile zu theilen, eb. das.
27 Aufg. Es wird gegeben ein reguläres Trapezium AIML, dieses soll durch Linien oder Schnitte, die mit der Seite AL parallel sind, in drey gleiche Theile abgetheilet werden, 160
28 Aufg. Die vierseitige Figur ABCD durch eine mit der Seite BD parallele Linie in zween gleiche Theile zu theilen, eb. das.
29 Aufg. Eine vierseitige Figur AC durch eine mit der Seite BC parallele Linie in zween gleiche Theile zu theilen, 161
30 Aufg. Ein reguläres Sechseck AD in vier gleiche Theile durch Linien, die mit der Diagonallinie CF parallel sind, zu theilen, 162
31 Aufg. Ein Sechseck ABD in drey gleiche Theile von einerley Mittelpunkte zu theilen, 163
32 Aufg. Aus einem Quadrate AC drey untereinander gleiche zu machen, 164
33 Aufg. Aus einem Quadrate AC drey andere

Seite
dre zu machen, die unter sich sind, wie die Rectangula AE, RF, VC, eb. das.

Sechstes Hauptstück.

Von der Zusammensetzung, Vermehrung oder Verminderung der Figuren.

1 Aufg. Einen Triangel zu beschreiben, der den Figuren A, B, C, gleich ist, 166

2 Aufg. Verschiedene rechtlinichte und ähnliche Figuren A, B, C, D, in eine einzige zusammen zu setzen, die ihnen ähnlich ist, 167

3 Aufg. Einen Zirkel zu beschreiben, der dreyen Zirkeln A, B, C, zusammen gleich ist, eb. das.

4 Aufg. Von einem Triangel ABC einen Theil wegzunehmen, der dem Fünfecke D gleich ist, 168

5 Aufg. Von einer Figur AEB einen Theil wegzunehmen, der dem Triangel AFG gleich sey, eb. das.

6 Aufg. Eine Figur ins kleine zu bringen, 169

7 Aufg. Auf die Grundlinie GH eine Figur zu beschreiben, die der Figur AD ähnlich ist, eb. das.

8 Aufg. Ein Vieleck zu beschreiben, das dem Vielecke AH ähnlich, aber mehr als um die Hälfte kleiner ist, 170

9 Aufg.

Seite

9 Aufg. Ein Quadrat AD um den Inhalt der Figur E zu vermindern, 171

10 Aufg. Von einem irregulären Sechsecke ABD ein ander ähnliches Sechseck wegzunehmen, dabey die bleibende Differenz von beyden der Figur G gleich ist, 172

11 Aufg. Eine Figur ins Grosse zu bringen, 173

12 Aufg. Die Figur BC doppelt, dreyfach, vierfach zu machen, 174

13 Aufg. Einen Zirkel BCD, so oft als es beliebig ist, zu vergrössern, 176

14 Aufg. Ein Vieleck zu beschreiben, das sich verhält zum Vielecke H, wie sich verhält 3 zu 2, eb. das.

15 Aufg. Auf eine Grundlinie EF eine Figur zu beschreiben, die der Figur AC ähnlich ist, 177

Siebendes Hauptstück.

Von Messung der Flächen.

Anmerkungen, 180

1 Aufg. Den Inhalt eines Rectanguli AC zu messen, 183

2 Aufg. Den Inhalt eines Parallelogrammi EFGH zu finden, 186

3 Aufg. Den Inhalt des Triangels ABC zu finden, 187

4 Aufg. Den Inhalt der vierseitigen Figur GL, deren Seiten GH, IL parallel sind, zu finden, eb. das.

5 Aufg.

Seite

5 Aufg. Den Inhalt einer vierseitigen Figur ABCD zu finden, 188

6 Aufg. Den Inhalt eines regulären Vieleckes zu finden, eb. das.

7 Aufg. Den Inhalt eines irregulären zu finden, 189

8 Aufg. Den Inhalt eines Zirkels zu finden, eb. d.

9 Aufg. Der Inhalt des Durchmessers eines Zirkels wird gegeben, man soll den Inhalt seiner Peripherie finden, 190

10 Aufg. Den halben Zirkel DOF zu messen, eb. d.

11 Aufg. Den Inhalt des Sectors POR zu finden, 191

12 Aufg. Den Inhalt eines grossen Segmentes ABC zu finden, eb. das.

13 Aufg. Den Inhalt eines kleinen Segmentes EFG zu finden, eb. das.

14 Aufg. Den Inhalt der Eyfigur AF zu finden, eb. das.

15 Aufg. Den Inhalt eines Feldes zu finden, dessen Umfang wellenartig ist, 192

Achtes Hauptstück.

Von der Trigonometrie.

1 Aufg. Der Inhalt zweener Winkel A und B ist bekannt in dem Triangel ABC, man soll den Inhalt des dritten finden, 197

Ge-

Seite

Gebrauch der Sinus.

2 Aufg. Der Inhalt der Winkel A und B und der Seite AC ist bekannt, man soll auch den Inhalt der Seite BC finden, eb. das.

3 Aufg. Der Inhalt der Seiten BC, AC und des Winkels A sind bekannt, man soll den Inhalt des Winkels B finden, eb. d.

4 Aufg. Den Inhalt der Seite BC, welche dem stumpfen Winkel A entgegen gesetzt ist, zu finden, 200

Gebrauch der Tangenten und Secanten.

5 Aufg. Der Winkel A ist ein rechter Winkel, der Winkel B und die Seite zwischen beyden Winkeln ist bekannt, man soll den Inhalt der Perpendicularlinie AC und der Hypothenuse BC schaffen, 201

6 Aufg. Die Seiten AB, AC, die den rechten Winkel A machen, sind bekannt, man soll die Hypothenuse BC finden, 202

7 Aufg. Die Hypothenuse BC und der Schenkel AC ist bekannt, man soll den andern Schenkel AB auch finden, der den rechten Winkel BAC macht, eb. das.

8 Aufg. Die Seiten AB, AC, die den rechten Winkel A machen, sind bekannt, man soll die zween Winkel B und C finden, 203

9 Aufg. Der Winkel A und die Seiten, die ihn machen, sind bekannt, man soll die andern Winkel finden, eb. das.

10 Aufg. Der Winkel B und die Seiten AB,

Seite
BC sind bekannt, man soll die Perpendicularlinie CE finden, 205
11 Aufg. Der Winkel B und die Seiten AB, BC, sind bekannt, man soll die Perpendicularlinie CE finden, 206
12 Aufg. Die drey Seiten des Triangels ABC sind bekannt, man soll den Inhalt des Winkels C finden, 207
13 Aufg. Die drey Seiten des Triangels ABC sind bekannt, man soll den Inhalt des stumpfen Winkels A finden, 208
14 Aufg. Man will den Inhalt des spitzigen Winkels A wissen, eb. das.

Gebrauch der Logarithmen.

15 Aufg. Die Winkel A, B, und die Seite BC sind bekannt, man soll den Inhalt der Seite AC durch die Logarithmen finden, 209
16 Aufg. Untersuchung der 23. Aufgabe des 3 Hauptstückes, 211
17 Aufg. Untersuchung der 24 Aufgabe des 3 Hauptstückes, 213

Neuntes Hauptstück.

Von den Körpern.

Definitionen, 215
Von den Ausmessungen der körperlichen Grössen, 220
Anmerkungen darüber, 223
1 Aufg. Einen Cubus oder ein Parallelipipedum zu messen, 224

Seite
2 Aufg. Ein dreyeckigtes Prisma BF zu messen, 229

3 Aufg. Die Böschung eines Walles zu messen, 230

4 Aufg. Das Prisma CH, dessen rechtwinklichte Flächen ABCD, GHIK unter sich parallel sind, zu messen, 231

5 Aufg. Einen Körper DF zu messen, der aus einem Parallelipipedo, und zwey Prismatibus zusammen gesetzt ist, 232

6 Aufg. Eine Pyramide zu messen, 233

7 Aufg. Den Rest einer Pyramide, davon die äussere Oberfläche mit der Grundfläche parallel ist, zu messen, 234

8 Auf. Ein irreguläres Exaedrum zu messen, dessen einander entgegengesetzten und gleichlaufenden Oberflächen ABCD, EFGH zwey ungleiche und unähnliche Rectangula sind, 235

9 Aufg. Einen Canal oder Graben AC zu messen, um die Menge Erde zu wissen, die man heraus gegraben hat, 237

10 Aufg. Ein Mauerwerk zu messen, das um das Becken eines Springbrunnens geht, 238

Seite

11 Aufg. Den Rand eines runden Beckens zu messen, 239

12 Aufg. Den körperlichen Inhalt einer Böschung AF zu messen, welche einen rechten Winkel, dessen Spitze hineingekehrt ist, macht, eb. d.

13 Aufg. Die Böschung eines vorspringenden Winkels zu messen, 240

14 Aufg. Den körperlichen Inhalt in der Böschung ABE zu messen, eb. d.

15 Aufg. Die Böschung des hineingekehrten stumpfen Winkels DLF zu messen, 241

16 Aufg. Ein reguläres Dodecaedrum A zu messen, 242

17 Aufg. Eine Kugel zu messen, eb. das.

18 Aufg. Den Inhalt eines Fasses auszumessen, 243

19 Aufg. Eine gewisse Quantität flüßiger Sachen zu messen, 244

Anmerkungen, 245

Zehendes Hauptstück.

Practic auf dem Felde.

Gebrauch der Meßschnur, 250

Seite

1 Aufg. Von der Stange C über eine Wiese eine mit der Mauer AB gleiche Winkel machende Linie zu führen, 251

2 Aufg. Auf einem Felde gegen die Stange B eine Linie zu ziehen, die mit der Mauer AB einen rechten Winkel macht, eb. das.

3 Aufg. Den Winkel ABC in zween gleiche Theile zu theilen, 252

4 Aufg. Von dem Stabe C eine Schnur zu ziehen, die mit der Mauer AB parallel ist, eb. das.

5 Aufg. Den Grund einer Mauer AC, welche auf den Abhang eines Berges gebaut ist, aufzunehmen, eb. das.

6 Aufg. Den Grund eines hineingekehrten Winkels auf dem Felde in Grund und auf Papier zu legen, 253

7 Aufg. Den Grund eines herausgekehrten Eckes oder vorspringenden Winkels EFO aufzunehmen, 254

8 Aufg. Auf ein Feld einen Triangel zu legen, der einem gegebnen ABC ähnlich ist, eb. d.

9 Aufg. Den Grund einer Mauer aufnehmen, die in lauter Winkeln und Ecken ABCD zusammen gesetzt ist, eb. d.

Seite

10 Aufg. Eine Wiese in den Grund zu legen, 255

11 Aufg. Ein Schloß von aussen in den Grund zu legen, 256

Gebrauch des Halbzirkels, 257

1. Aufg. Die Breite eines Flusses zu messen, eb. d.

2 Aufg. Einen hineingekehrten Winkel ABC zu messen, zu dem man wegen eines Wassergrabens nicht kommen kann, 258

3 Aufg. Den vorspringenden Winkel ABC zu dem man nicht kommen kann, zu messen, eb. d.

4 Aufg. Eine Courtine AB, dazwischen ein Graben ist, zu messen, 259

Gebrauch des Proportionalzirkels, eb. d.

1 Aufg. Einen Winkel von beliebiger Oeffnung zu machen, 260

2 Aufg. Den Winkel IGH zu messen, eb. d.

Gebrauch des Meßtischleins, 261

1 Aufg. Eine Linie auf dem Felde zu ziehen, die der auf dem Meßtischlein gegebnen AB gleich ist, 262

Seite

2 Aufg. Es wird ein Winkel ABC auf dem Meßtischlein gegeben, man soll auf dem Felde einen ähnlichen ziehen, eb. das.

3 Aufg. Aus dem Punkte O, der auf dem Meßtischlein gegeben ist, eine Linie gegen einen gegebnen Ort zu ziehen, 263

4. Aufg. Eine Breite, zu der man nicht kommen kan, zu messen, eb. d.

5. Aufg. Es wird ein Riß auf dem Meßtischlein gegeben, man soll auf dem Felde einen ähnlichen machen, 264

6 Aufg. Einen Ort, und zwar erstlich die Bastey DED in Grund zu legen, eb. d.

7. Aufg. Die Lage verschiedner Dörfer, z. E. dreyer A, B, C in Grund zu legen, 265

8 Aufg. Aus dem Punkt A eine Linie parallel mit der Mauer CD zu ziehen, zu welcher man nicht kommen kann, 266

9 Aufg. Eine Linie gegen einen Ort, den man nicht sieht, zu ziehen, 267

10 Aufg. Eine Wiese BF in zween gleiche Theile durch eine aus dem Punk-

te

Seite

te G gezogne gerade Linie zu theilen, 268

11 Aufg. Die Höhe eines Gebäudes AB zu messen, welches senkrecht auf einem horizontalen Erdreich stehet, eb. d.

12 Aufg. Die Höhe AB zu messen, zu der man nicht kommen kann, 269

13 Aufg. Eine Höhe AB, zu welcher man nicht kommen kan, auf einem abhängigen Erdreich zu messen, 270

14 Aufg. Die Höhe eines Berges AB zu messen, eb. d.

15. Aufg. Die Böschung eines Walles zu messen, 271

16 Aufg. Die Höhe der Stockwerker, Fenster, Thüren und anderer Theile der Vörderseite eines Hauses zu messen, eben d.

Verbesserungen

S. 75. 17. Aufg. l. 10. Seiten l. Winkel.

S. 88. 36. Aufg. Zirkelschnitt l. Zirkelstück.

S. 191. 14. Aufg. Eylinie l. Eyfigur.

Abhan-

Abhandlung
von der
Geometrie.

Erstes Hauptstück.
Definitionen.

Von der Geometrie.

1.

Die Geometrie ist ein Theil der Mathematic, der die Größen, deren Theile alle zusammen hangen, zum Gegenstande hat, welche entweder bloß allein in die Länge, oder in die Länge und Breite, oder in die Länge, Breite und Dicke einen Raum einnehmen. Diese drey Arten von Grössen haben Punkte, Linien und Flächen.

Vom Punkte.

2. Ein Punkt ist, was keine Theile hat.

Von der Linie.

3. Eine Linie ist eine Länge ohne Breite.

Von der geraden Linie.

4. Eine gerade Linie ist, welche alle Theile zwischen ihren Endpunkten gleich hintereinander liegen hat, oder besser: sie ist die kürzeste, welche von einem Punkte zum andern gezogen werden kann. (Fig. 1.)

Von der krummen Linie.

5. Eine krumme Linie ist, die ihre Theile zwischen ihren Endpunkten nicht gleich hintereinander liegen hat. (Fig. 2.)

Von den gleichlaufenden Linien.

6. Zwo Linien sind parallel, wenn sie in einer gleichen Entfernung neben einander fortlaufen. (Fig. 3.)

Vom Winkel durch Linien.

7. Ein linichter Winkel ist die Oeffnung zwoer Linien, welche in einem Punkte zusammen stossen, indem sich eine gegen die andre neigt, und in diesem Falle heissen die Linien Seiten. (Fig. 4.)

So sind die Linien A B, C B, die Seiten des Winkels A B C.

Von dem rechtlinichten, krummlinichten und gemischtlinichten Winkel.

8. Ein

8. Ein Winkel heißt rechtlinicht, wenn die Linien, die ihn machen, gerade sind. Ein krummlinichter, wenn die Linien krumm sind; ein gemischtlinichter aber ist, wenn eine Linie gerade, die andre krumm ist. (Fig. 4.)

Von dem rechten, spitzigen und stumpfen Winkel.

9. Wenn eine gerade Linie auf eine andre gerade fället, und auf beyden Seiten gleiche Winkel macht; so sind diese Winkel rechte Winkel. (Fig. 5.)

Wenn diese Winkel aber einander ungleich sind; so heißt der, der grösser und weiter ist, ein stumpfer, der kleinere aber ein spitziger Winkel.

Exempel. Der Winkel A ist ein rechter Winkel, der Winkel B ein stumpfer, der Winkel C ein spitziger Winkel.

Man muß wohl merken, daß sich die Gleichheit der Winkel nicht auch auf die Gleichheit der Linien erstrekt, sondern nur von ihrer Oeffnung verstanden werden muß. Der gröste Winkel ist derjenige, der die weiteste Oeffnung hat, und so auch umgekehrt. Zween Winkel sind gleich, wenn ihre Oeffnungen gleich weit sind, obgleich die Seiten ungleich sind.

Von der Perpendicularlinie.

10. Eine Perpendicularlinie ist eine gerade Linie, welche auf eine andre gerade Linie fällt, oder auf derselben aufsteht, und zween rechte Winkel macht. (Fig. 6.)

Von dem entgegengesetzten und gleichen Wechselwinkel.

11. Wenn eine gerade Linie BE (Fig. 7.) die Parallellinien BF, EG, durchschneidet, so ist der Winkel A zum Winkel C ein Wechselwinkel. In Ansehung des Winkels B ist er der entgegengesetzte, er ist aber wie der Winkel E, und die Winkel A, D, B, verhalten sich eben so.

Von der Fläche.

12. Die Fläche oder Ebne ist eine in die Länge und Breite ausgedehnte Grösse ohne Dicke, oder Tiefe.

Von der ebnen Fläche.

13. Die ebne Fläche, welche man auch die Ebne (Planum) nennet, ist dasjenige, was ganz gerade zwischen den äussersten Linien lieget, und über das man von allen Seiten her eine gerade Linie ziehen kann. (Fig. 8.)

Von der krummen Fläche.

14. Eine krumme Fläche wird rund von aussen (convexum) genennet, wenn sie erhoben ist; rund von innen aber, (concavum) wenn sie hohl und eingedrückt ist. (Fig. 9.)

Exempel. Die Fläche A ist ausgebogen, die Fläche B aber eingebogen.

Von der Lage der Fläche.

15. Eine Fläche ist horizontal und wagrecht, wenn sie wie die Fläche eines stillen Wassers lieget, oder

oder vertical und bleyrecht, wenn sie wie eine gerade Mauer stehet; widrigenfalls liegt sie gesenkt oder abhängig, oder in einer Böschung.

Vom äussersten Ende, (du terme.)

16. Das Ende ist, was das Aeußerste an einer Grösse ist.

Der Punkt ist das Aeusserste einer Linie, die Linie ist es von der Fläche, und die Fläche vom Körper. Die Linie fängt von einem Punkte an, und hört mit einem andern auf. Die Fläche wird entweder von einer oder mehrern Linien beschlossen, eben so wie bey einem Körper eine oder aber mehrere Flächen sein äusserstes Ende ausmachen.

Von der Figur.

17. Die Figur einer Fläche ist die Bestimmung ihrer Ende oder ihres Aeusserstens.

Von der rechtlinichten Figur.

18. Eine rechtlinichte Figur bestehet aus geraden Linien, die man Seiten nennet.

Von den Vielecken.

19. Alle flachen und geradlinichten Figuren heissen mit einem allgemeinen Namen Vielecke, (Polygona) jedwede aber hat dennoch ihren besondern Namen, der von der Anzahl ihrer Ende oder Seiten genommen wird. Man nennet aber

Eine Figur von dreyen Seiten einen Triangel oder ein Dreyeck.

Eine Figur von vier Seiten eine vierseitige Figur oder ein Viereck.

Eine von fünf Seiten ein Fünfeck. (Fig. 10.)

Eine von sechs Seiten ein Sechseck.

Eine von sieben Seiten ein Siebeneck.

Eine Figur von achten ein Achteck.

Eine von neunen ein Neuneck.

Eine von zehn Seiten ein Zehneck.

Eine von eilfen ein Eilfeck.

Eine Figur von zwölf Seiten ein Zwölfeck.

Ein Triangel unterscheidet sich von andern Triangeln durch den Unterschied seiner Winkel oder Seiten.

Vom rechtwinklichten Dreyecke.

20. Ein rechtwinklichtes Dreyeck (triang. rectang.) ist dasjenige, das einen rechten Winkel hat. (Fig. 11.)

Vom stumpfwinklichten Dreyecke.

21. Ein stumpfwinklichtes Dreyecke (amblygon. oder obtusang.) ist dasjenige, das einen stumpfen Winkel hat. (Fig. 12.)

Vom spitzwinklichten Dreyecke.

22. Ein spitzwinklichtes Dreyecke (triang. oxygon.) heißt, wenn alle drey Winkel spitzig sind. (Fig. 13.)

Vom gleichseitigen Dreyecke.

23. In einem gleichseitigen Dreyecke sind alle drey Seiten einander gleich. (Fig. 14.)

Vom

Vom gleichschenklichten Dreyecke.

24. Der gleichschenklichte Triangel (isosceles) hat nur zwo Seiten, die einander gleich sind. (Fig. 15.)

Vom ungleichseitigen Dreyecke.

25. Ein ungleichseitiges Dreyeck (triangulum scalenum) hat Seiten, die einander ungleich sind. (Fig. 16.)

Figuren von vier Seiten bekommen auch ihre besondere Namen nach der Beschaffenheit ihrer Winkel, und nach dem Verhältnisse ihrer Seiten.

Vom Vierecke.

26. Das Viereck (quadrat.) ist eine Figur, die vier gleiche Seiten und vier rechte Winkel hat. (Fig. 17.)

Vom länglichten Vierecke.

27. Das länglichte Viereck (Oblongum, Rectangulum) hat rechte Winkel, aber die einander entgegenstehenden Seiten nur sind einander gleich. (Fig. 18.)

Vom Parallelogrammo.

28. Ein Parallelogrammum ist, dessen Seiten, die einander gegenüber stehen, parallel sind. (Fig. 19.)

Von der Raute.

29. Eine Raute oder Rhombus ist ein Parallelogrammum, das vier gleiche Seiten hat, bey

welchen aber nur die einander gegenüberstehenden Winkel gleich sind. Zween Winkel aber sind spitzig, die andern zween stumpfe Winkel. (Fig. 20.)

Von der Diagonallinie.

30. Eine gerade Linie A C, welche von einem Winkel in den andern gezogen wird, der ihm entgegen gesetzt ist, heißt die Diagonallinie. (Fig. 19. 20.)

Vom ungeschickten regulären Vierecke.

31. Das ungeschickte reguläre Viereck (trapezium regulare) hat zwo gleiche und zwo ungleiche Seiten, die aber parallel sind. (Fig. 21.) Das irreguläre aber hat vier ungleiche Seiten. (Fig. 22.)

Von der Grundlinie.

32. Die Grundlinie (Basis) ist eigentlich die Seite auf welcher die Figur liegt; wie die Seite BC ist. (Fig. 21.)

Vom Zirkel.

*33. Der Zirkel ist eine Fläche, welche von einer einzigen Linie beschrieben wird, die man den Umkrais (circumferentiam, peripheriam) nennet, und welche überall gleich weit von dem Mittelpunkte (centro) entfernet ist. (Fig. 23.)

Unter dem Zirkel verstehet man nach dem gemeinen Gebrauche offt nur den Umkrais oder die Peripherie.

Vom

Vom Durchmesser, und den Durchschnitten des Zirkels, (Radiis)

34. Alle gerade Linien, welche durch den Mittelpunkt bis an die Peripherie gezogen werden, heissen Durchmesser, (diametri) eine halbe Linie aber, die von dem Umkrais bis zum Mittelpunkt gezogen wird, heißt ein Halbmesser, (semidiameter) oder Radius. (Fig. 23.)

Exempel. Die krumme Linie HIKL ist der Umkrais, der Punkt D ist der Mittelpunkt, die gerade Linie HK ist der Durchmesser, und die gerade Linie DI ist ein Radius.

Von den Graden, Minuten und Secunden.

35. Der Umkrais des Zirkels theilt sich ordentlich in 360 gleiche Theile oder Grade ab. Folglich enthält die halbe Peripherie 180. Der vierte Theil derselben aber 90. Theile. Jeder Grad theilt sich in 60. Minuten, und jedwede derselben wiederum in 60. Secunden, und von diesen wiederum jedwede in 60. Tertien u. s. w. ab.

Vom Bogen.

36. Der Bogen ist ein Theil der Peripherie eines Zirkels. (Fig. 24.)

Von der Sehne.

37. Die Sehne (chorda) ist eine gerade Linie, welche von einem äussersten Punkte des Bogens bis zum andern gezogen wird. (Fig. 24.)

Exempel. Die krumme Linie T ist der Bogen, die gerade V aber ist seine Sehne.

Von der Messung des Bogens und des Winkels.

38. Die Grade und ihre Theile sind das Maaß des Bogens, der Bogen aber ist das Maaß des Winkels. (Fig. 25.)

Zum Exempel, gesetzt, der Punkt B sey der Mittelpunkt, des Zirkels ACD; so kan man die Grösse des Bogens AC aus der Anzahl der Grade und Minuten, die er enthält, wissen, so wie man aus der Grösse des Bogens AC die Oeffnung des Winkels ABC erfahren kann.

Von der berührenden Linie.

39. Die berührende Linie (linea tangens) ist eine Linie, welche einen Zirkel berührt ohne einzuschneiden, oder dieses auch nur thun, und durch den Zirkel laufen zu können, wenn sie auch gleich verlängert würde, wie die Linie EF. (Fig. 26.)

Von der durchschneidenden Linie.

40. Die durchschneidende Linie (secans) geht durch den Zirkel, und durchschneidet denselben, wie die Linie CD. (Fig. 26.)

Vom Halbzirkel.

41. Der Halbzirkel bestehet aus dem halben Umkraise (Peripherie,) und dem Durchmesser. (Fig. 27.)

Von Zirkelstücken.

42. Wenn man einen Zirkel durch eine gerade Linie in zween ungleiche Theile theilet; so heissen dieselbe Zirkelstücke, oder Segmenta. (Fig. 28.)

Z. E. Den Theil A heißt man das grosse und den Theil B das kleine Segmentum.

Vom Zirkelausschnitte.

43. Wenn ein Zirkel durch zween Halbmesser (radios) in zween ungleiche Theile getheilet wird; so heissen diese Theile Ausschnitte. (sectores.) (Fig. 29.)

Exempel: Der Theil C ist ein grosser, der Theil B ein kleiner Ausschnitt.

Von der Eyfigur.

44. Die Eyfigur (ovalis) ist eine Figur, welche von einer einzigen krummen Linie, die durch verschiedene Mittelpunkte beschrieben wird, beschlossen ist, und die von allen Durchmessern in zween gleiche Theile getheilet wird. (Fig. 30.)

Von der Ellipsis.

45. Die Ellipsis ist eine Figur, welche entsteht, wenn eine einzige krumme Linie eyförmig in sich selbst läuft, und die ein einziger Durchmesser in zweyen gleiche Theile theilet. (Fig. 31.)

Von der regulären Figur.

46. Eine reguläre Figur ist, in welcher die einander entgegengesetzte Theile, sich gleich und ähnlich sind.

Von

Von der irregulären Figur.

47. Eine irreguläre Figur hat ungleiche Seiten und Winkel.

Von der gleichwinklichten Figur.

48. Eine gleichwinklichte Figur hat lauter gleiche Winkel. Zwo Figuren sind gleichwinklicht, wenn die Winkel der einen (wenn sie an sich selbst gleich untereinander ungleich sind) den Winkeln der andern Figur gleich sind. (Fig. 32.)

Exempel: Die Figur C ist mit der Figur D. gleichwinklicht.

Von der gleichseitigen Figur.

49. Eine gleichseitige Figur hat lauter gleiche Seiten.

Von den concentrischen Figuren.

50. Concentrische Figuren sind, die einerley Mittelpunkt haben. (Fig. 34.)

Von den excentrischen Figuren.

51. Excentrische Figuren haben mehrere Mittelpunkte. (Fig. 33.)

Vom Complement.

52. Wenn ein Parallelogrammum in einem Punkte der Diagonallinie in vier andre Parallelogramma abgetheilt wird; so heissen die beyden C und D, durch welche die Diagonallinie nicht gezogen

zogen wird, Supplemente oder Complemente. (Fig. 35.)

Vom Winkelmaaße.

53. Das Winkelmaaß (gnomon) ist die Differenz zwischen zweyen länglichten Vierecken (rectangulis) oder besser, es ist ein länglichtes Vierecke über dem andern, welche beyde einen Winkel gemein, und eine Diagonallinie miteinander haben. (Fig. 36.)

Exempel: Die beyden Trapezoiden H, F, zusammen genommen, machen das Winkelmaaß aus.

Von den gemeinschäfftlichen Theilen.

54. Ein Theil ist gemeinschäfftlich, wenn er zu verschiedenen Grössen gehört.

Z. E. Man sagt, der Winkel ABC, welcher zum länglichten Vierecke DE (Fig. 36.) gehört, sey gemeinschäfftlich, weil er auch zum länglichten Vierecke AC gehört, ingleichen daß der Triangel GHI (Fig. 37.) den beyden Dreyecken GIL, GIF. gemein sey, weil er so wohl ein Theil von dem einen als von dem andern ist. Der Triangel GHI kann auch gemeinschäfftlich genennt werden, weil er mit dem Triangel GHL so wohl als mit dem Triangel HIF vereinigt ist.

Von der Größe einer Größe.

55. Eine Größe ist klein oder groß nach der Vergleichung, die man mit ihr und einer andern von ihrer Art macht.

Von

Von dem Verhältnisse zwoer Größen.

56. Wenn man zwo Größen mit einander vergleicht; so heißt dasjenige, was eine gegen die andre gehalten, ist, das Verhältniß.

Z. E. Wenn man eine Linie von zween Schuen mit einer von drey Schuen vergleicht; so sagt man, daß das Verhältniß der einen gegen die andre, wie zwey zu drey sey, oder aber man sagt, die erstere sey im Verhältniß zur andern, wie drey zu vier, nämlich, wenn die erste Linie drey Schue, die andre aber viere hat.

Von den Gliedern der Verhältniß.

57. Die Glieder der Verhältniß (termini rationis) sind die mit einander verglichenen Grössen.

Von den Vörder- und Hinterglie-dern.

58. Wenn man die Linie A mit der Linie B vergleicht; so ist A das vördere Glied (terminus antecedens) B aber das hintere. (consequens) (Fig. 38.)

Von den ähnlichen und gleichen Ver-hältnissen.

59. Zwey Verhältnisse sind einander ähnlich und gleich, wenn die Glieder des erstern unter sich sind wie die Glieder des andern.

Das

Das Verhältniß von A zu B ist dem Verhältniß von C zu D ähnlich und gleich, weil 2, zu 4, und 3, zu 6, die Hälfte ist.

A, B, C, D,

2. 4. 3. 6.

Von den proportionalen Gliedern.

60. Wenn zwey Verhältnisse, einander ähnlich sind; so sind ihre Glieder proportional.

Z. E. Da 4 zwey Drittel von 6, wie 2 zwey Drittel von 3 sind, so sagt man daß die 4 Glieder oder Grössen 2, 3, 4, 6, proportional seyen.

Von der Proportion.

61. Die Proportion ist eine Aehnlichkeit der Verhältnisse.

Von den Gliedern der Proportion.

62. Die Proportion kann nicht weniger als drey Glieder haben.

Wenn die Proportion nicht mehr als drey Glieder hat; so ist das mittelste für zwey zu rechnen, so wie es ist, wenn man sagt, daß A zu B sey wie B zu C und 2 zu 4, wie 4 zu 8.

A, B, C.

2, 4, 8.

Von den mittlern und äussersten Gliedern.

63. In einer Proportion von dreyen Gliedern heißt das in der Mitte das Mittlere, die andern beyden aber die äussersten Glieder.

Von

Von den Gliedern in einer hafftenden Proportion.

64. Die Glieder sind beständig proportional, wenn die mittlern, Vörder- und Hinter-Glieder werden.

Z. E. Wenn man sagt, A sey zu B, wie B zu C, wie C zu D.

A, B, C, D.
2, 4, 8, 16.

Von dem doppelten und dreyfachen Verhältnisse.

65. Wenn vier Glieder immer einander proportional sind, so ist das erste in einem doppelten Verhältnisse zum dritten, und in einem dreyfachen zum vierten Gliede.

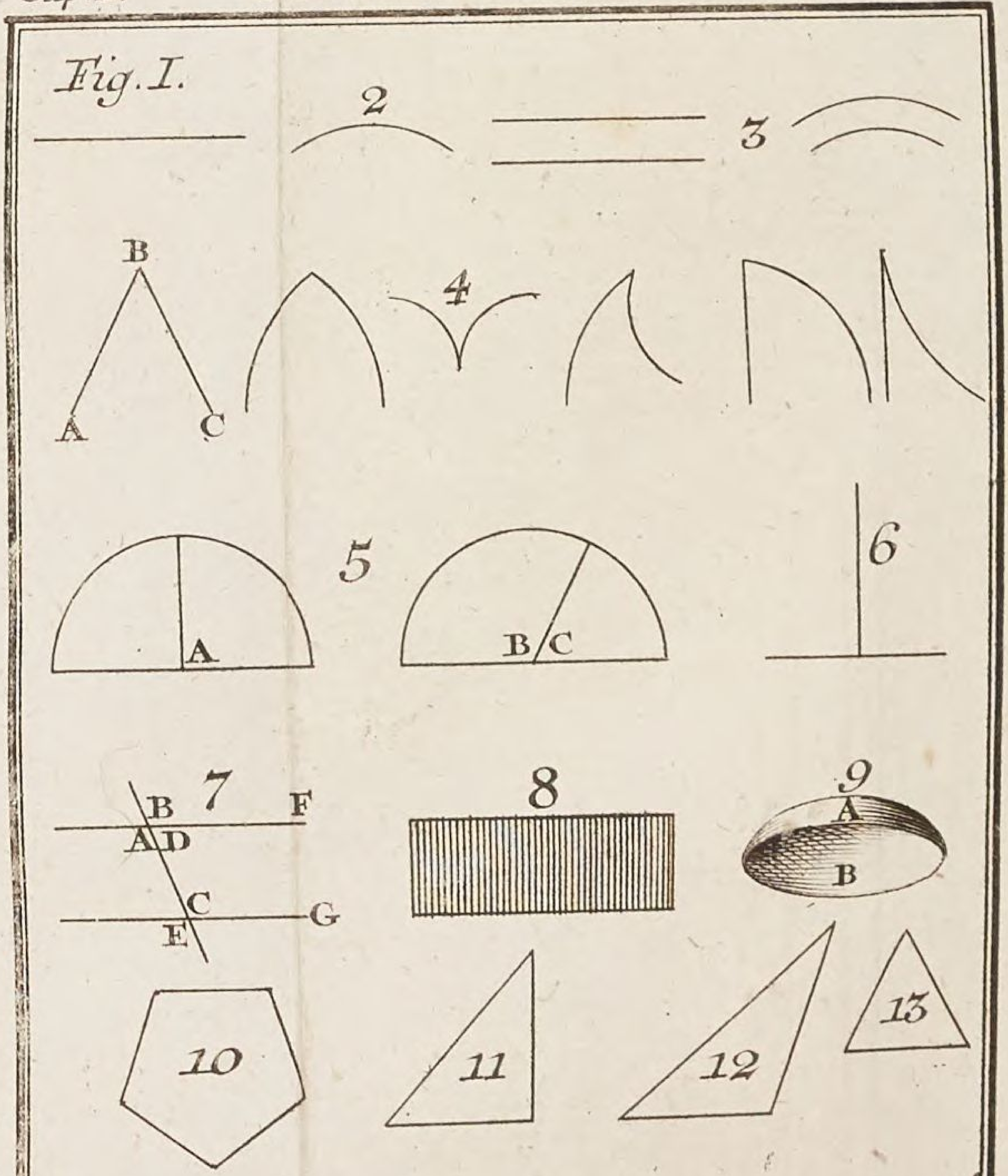
Das heißt: das Verhältniß von A zu C ist doppelt so groß als das Verhältniß von A zu B, und das Verhältniß von A zu D verhält sich dreyfach eben so, wie sich A zu B verhält.

A, B, C, D.
1, 3, 9, 27.

Von dem umgekehrten Verhältnisse.

66. Das umgekehrte Verhältniß ist eine Vergleichung des Hintergliedes mit dem Vördergliede.

Z. E.



Cochin fil: inv.

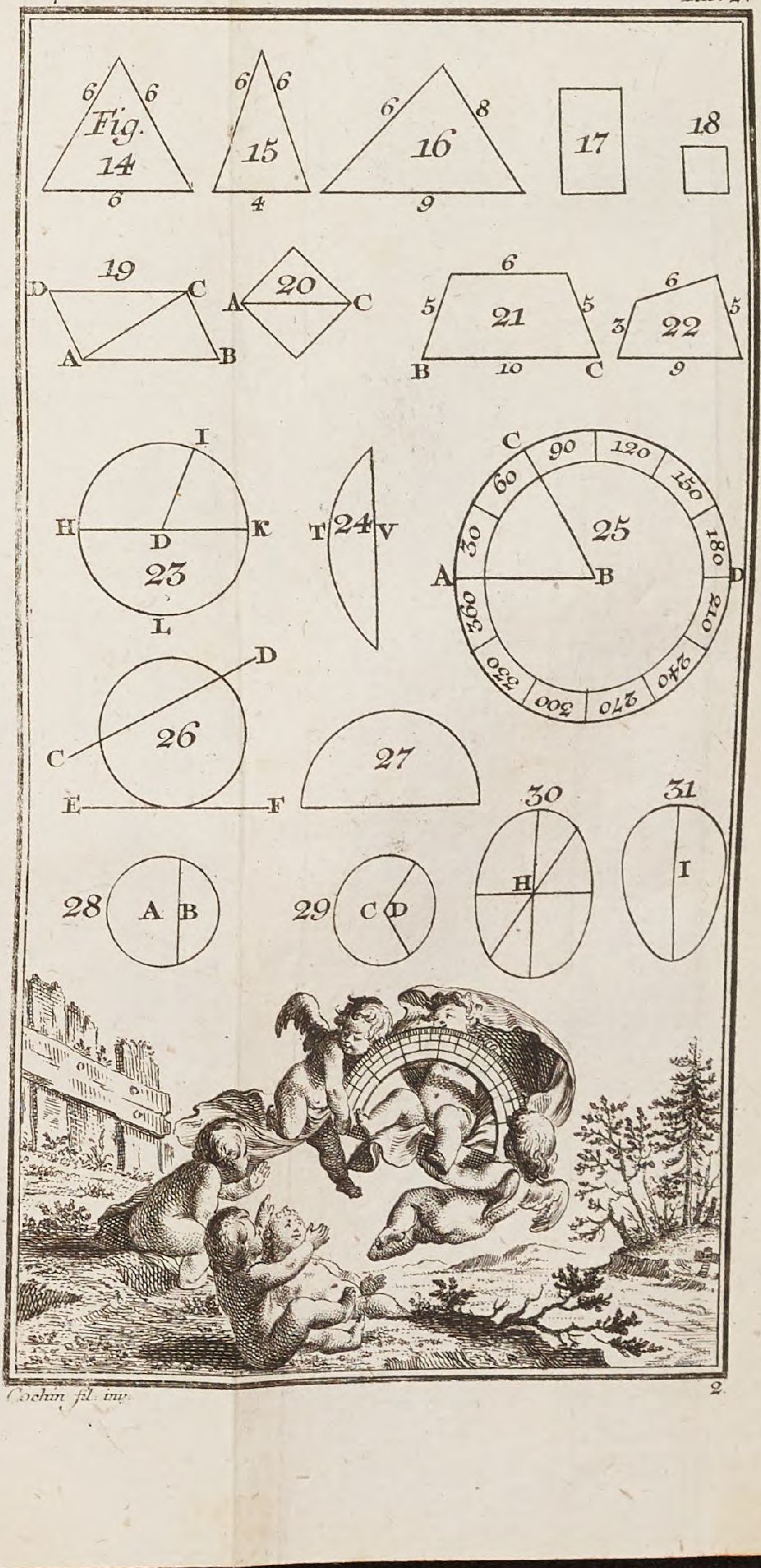


Fig. 14
6 6 6
15
6 6 4
16
6 8 9
17
18
19
D C A B
20
A C
21
6 5 5 B 10 C
22
6 3 5 9
23
I H D K L
24
T V
25
C A B D
90 120 60 150 30 180 360 210 330 240 300 270
26
C D E F
27
30
H
31
I
28
A B
29
C D

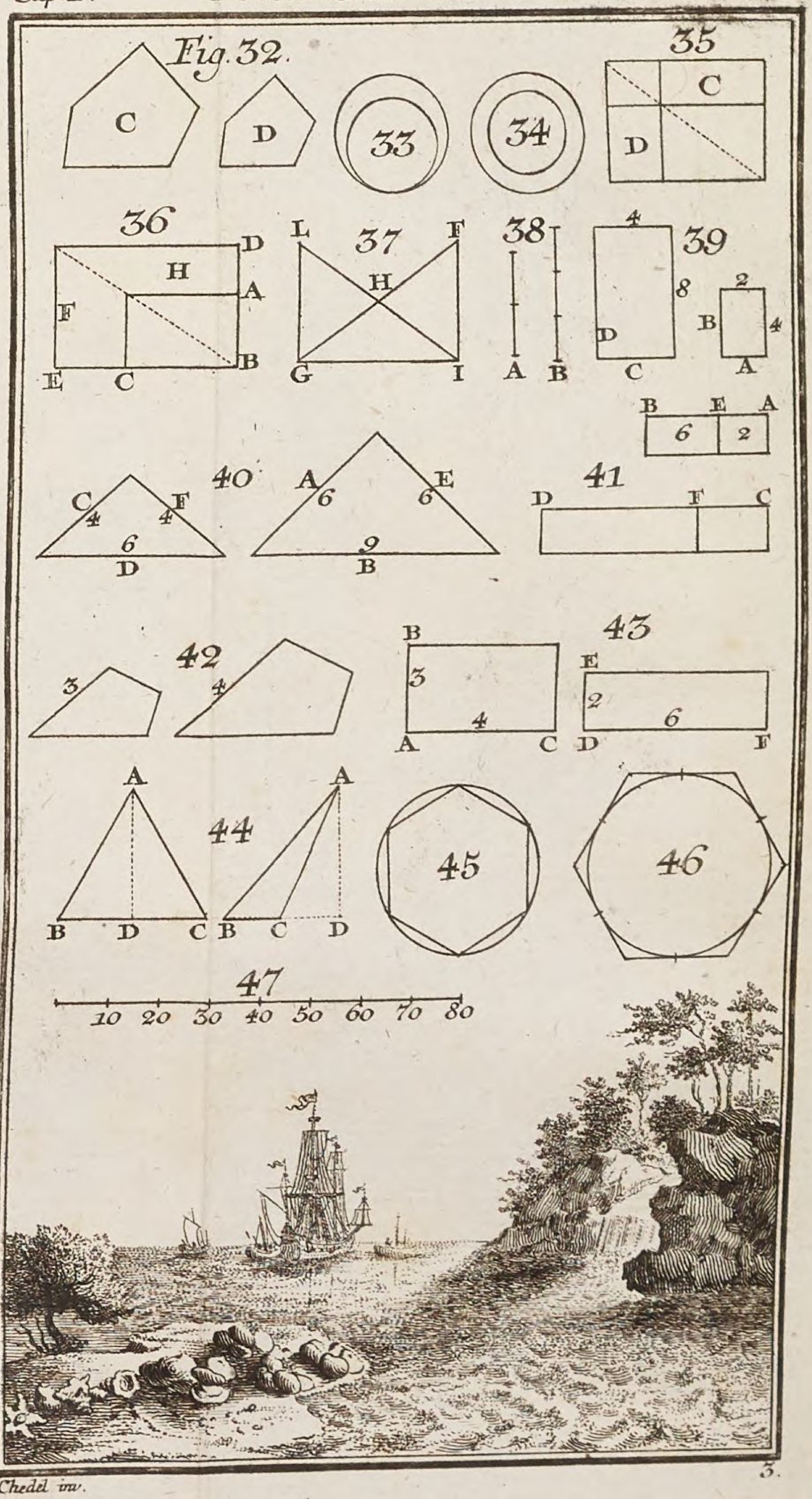


Fig. 32.
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
10 20 30 40 50 60 70 80

Z. E. Wenn sich A zu B, wie C zu D verhält; so kehrt man es um und sagt, B verhält sich zu A, wie D zu C.

A, B; C, D.
2, 4; 4, 8.

Von dem wechselnden Verhältniße.

67. Das wechselnde Verhältniß ist, wenn man ein Hinterglied mit dem andern, und ein Vörderglied mit dem andern Vördergliede vergleicht. (Fig. 39.)

Z. E. Wenn A zu C ist, wie B zu D; so kann man schlüßen, daß A zu B ist, wie C zu D.

Von der Proportion der Gleichheit.

68. Dieselbe ist eine Aehnlichkeit der äußersten Glieder einer Reihe von Verhältnißen; oder, sie ist eine Aehnlichkeit der Verhältniße, welche aus einer Schlußreihe von ähnlichen Verhältnißen herkömmt.

Z. E. Wenn man die Vergleichung angestellt hat, daß G zu H ist, wie I zu K; I zu K aber wie L zu M; und L zu M wie N zu O; so schließt man daraus: also ist N zu O wie G zu H.

GH. IK:: LM. NO.
2. 4. 3. 6:: 4. 8. 5. 10.

G. H:: I. K; L. M:: N. O.
2. 4:: 3. 6; 4. 8:: 5. 10.

Oder wenn sich A zu B (Fig. 40.) eben so verhält, wie sich verhält C zu D, und B zu E, wie D zu F; so zieht man diese Folge daraus, also ist A zu E wie C zu F.

Von der zusammengesetzten Proportion.

69. Die zusammengesetzte Proportion ist, wenn man einige Glieder zusammen genommen, mit einigen andern zusammen genommen, als eins zu einem, vergleicht. Oder, sie besteht in der Vergleichung mehrerer Glieder mit einem einzigen Gliede wie mehrerer mit einem auch einzigen Gliede.

Z. E. Wenn sich A zu C verhält, wie B zu D, und B zu D, wie E zu F; so folget daraus, daß die drey Glieder A, B, E, zusammen genommen, zu den drey Gliedern C, D, F, auch zusammen genommen, sich eben so verhalten, wie sich das einzige Glied E zu F verhält. Oder auch, die drey Glieder A, B, E, zusammen genommen, verhalten sich zu dem einzigen Gliede E, wie die drey Glieder C, D, F, auch zusammen genommen, sich zu dem einzigen Gliede F verhalten.

A, 6.	C, 4.
B, 9.	D, 6.
E, 3.	F, 2.
18.	12.

Von der Proportion der Theilung.
(prop. divis.)

70. Die

70. Dieselbe bestehet darinnen, wenn in einem Verhältniße so wohl als in dem andern der Ueberschuß des Vördergliedes über das Hinterglied mit eben demselben verglichen wird.

Wie, wenn AB (Fig. 41.) zu BE, sich eben so wie CD zu DF verhält; so folgt, daß AE zu BE, wie CE zu DF ist.

Von den ähnlichen Figuren.

71. Zwo Figuren sind einander ähnlich, wenn sie gleiche Winkel und proportionale Seiten haben.

Das ist: zwo Figuren sind einander ähnlich, (wenn sie gleich einander ungleich sind) wenn die Winkel der einen den Winkeln der andern gleich sind, und ihre Seiten in gleichem Verhältniße mit einander stehen.

Von den gleichnamigten Gliedern.

73. In gleichen Figuren heissen die Seiten, die einander gleich sind, gleichstellig, oder gleichnamigt, (homologi) wie die Seiten 3. und 4. (Fig. 42.)

Von den gleichhaltigen Gliedern.

73. Zwo Figuren haben gleichhaltige Seiten, (reciproc.) wenn ihre Seiten in einer abwechselnden Ordnung proportional sind. D. i. in sofern, wenn man sie wechselsweise eine der andern vergleicht, alsdann das vördere Glied des ersten Verhältnißes mit dem Hintergliede des andern Verhältnisses in einer gleichen Figur ist, oder welches auf eben das

hinaus läuft, wenn sich die beyden äussersten Glieder in einer, das Mittelglied aber in der andern Figur sich befindet. (Fig. 48.)

Z. E. Wenn AB zu DF; sich verhält, wie DE zu AC; oder wenn AB zu DE sich verhält, wie DF, zu AC; so haben die beyden länglichten Vierecke BC, EF, gleichhaltige Seiten.

Von den gleichen Figuren.

74. Die gleichen Figuren enthalten gleich viel, und können einander ähnlich oder unähnlich seyn.

Von dem Passen der Figuren.

75. Zwo Figuren passen auf einander, wenn man eine über die andre legt, und keine an irgend einem Orte darüber hinaus ragt, sondern die äußersten Theile der einen auf den äußersten Theilen der andern liegen.

Von der Höhe der Figuren.

76. Die Höhe einer Figur ist die Perpendicularlinie, welche von der Spitze bis auf die Grundlinie gezogen wird. (Fig. 44.)

Exempel. Die Perpendicularlinie AD ist die Höhe des Dreyeckes ABC, sie mag nun innerhalb des Triangels, oder von aussen auf die Grundlinie fallen.

Von den Figuren, die in einen Zirkel und auch um einen Zirkel beschrieben sind.

77. Ein

77. Eine rechtlinichte Figur ist in einen Zirkel beschrieben, wenn sie denselben mit allen ihren Winkeln berühret. (Fig. 45.) Sie ist aber um den Zirkel beschrieben, wenn alle ihre Seiten den Zirkel berühren, um welchen sie beschrieben worden ist. (Fig. 46.)

Von dem inwendigen Raume einer Figur.

78. Der Raum einer Figur besteht in ihrer ganzen Ausdehnung zwischen ihren äußersten Theilen.

Vom Maaßstabe.

79. Der Maaßstab ist eine gerade Linie, die in viele kleine Theile eingetheilet ist, welche man für ein gewisses Maaß, als Ruthen, Schue, und dergleichen annimmt. (Fig. 47.)

Zweytes Hauptstück.

Sätze.

1. Die Radii eines Zirkels sind gleich, wie gerade Linien gleich sind, wenn sie mit einerley Oeffnung des Zirkels abgeschnitten werden. (Fig. 1.)

2. Zwo Figuren, die auf einander passen, sind einander gleich und ähnlich. (Fig. 2.)

Z. E. Es folget natürlicher Weise, daß die zwo Figuren S und O einander gleich und ähnlich sind, wenn sie auf einander passen; d. i. wenn man eine auf die andre legt; so wird man finden, daß sie, wegen der Gleichheit ihrer Theile, gleiche Ausdehnung haben.

3. Die Größen, welche einer dritten gleich sind, sind unter sich selber gleich.

Die Größen A und C, die der Größe B gleich sind, sind unter sich selbst gleich.

A. B. C.

8. 8. 8.

4. Wenn man gleiche Größen zu gleichen Größen thut; so sind die daraus zusammengesetzten Größen auch gleich.

Die gleichen Größen A zusammen genommen, zu den gleichen Größen B, geben die gleichen Größen C.

A.

A.	4.	4.	4.
B.	3.	3.	3.
C.	7.	7.	7.

5. Wenn man von mehrern gleichen Größen gleiche Größen hinwegnimmt; so bleiben gleiche Größen.

Wenn man die gleichen Größen B von den gleichen Größen A hinweg nimmt; so bleiben die gleichen Größen C übrig.

A.	6.	6.	6.
B.	2.	2.	2.
C.	4.	4.	4.

6. Die Größen, welche halb, doppelt, oder dreymal so groß sind, als eine gegebne gleiche; oder verschiedne zusammen genommene gleiche Größen, sind gleich. Oder: die Größen sind gleich, wenn sie mit einer oder verschiedenen gleichen Größen zusammen genommen, in einerley Verhältniß stehn; und eine oder verschiedne zusammengenommene Größen, die gleich sind, haben mit den gleichen Größen einerley Verhältniß.

Z. E. Die Zahlen B, C, deren jede doppelt so groß als A ist, sind gleich, denn vier ist gleich vier. Noch mehr, die Zahl A verhält sich zu B, wie zur Zahl C, weil sie zweymal genommen, eben so groß ist als B und C.

A.	B.	C.
2.	4.	4.

7. Größen sind gleich, wenn sie mit einer andern Größe darzu genommen, gleiche Größen haben. Die Zahl A macht so wohl mit B als mit C zehn, weil B und C gleich sind.

B.	A.	C.
8.	2.	8.

Von der verkehrten Proportion.

8. Wenn vier Größen proportional sind, so daß sich die erste zur andern wie die dritte zur vierten verhält; so verhält sich auch die andre zu der ersten wie die vierte zu der dritten.

Die erste Größe A ist die Hälfte der andern B, wie die dritte C die Hälfte zu der vierten D ist; und diesem nach ist die zweyte B doppelt so groß als die erste, wie die vierte D doppelt so groß ist, als die dritte C.

A.	B.	C.	D.
2.	4.	3.	6.

Von der wechselnden Proportion.

9. Wenn vier Größen von einerley Art proportional sind; so sind sie es auch, wenn sie wechselsweise genommen werden.

Das heißt so viel, als, es sey einerley Verhältniß der ersten zur andern Größe, als der dritten zur vierten.

Da=

Daher verhalte sich die erste zu der dritten eben so, als sich die zweyte zur vierten verhalte: welches offenbar ist; denn da A zwey Drittel von B, C aber zwey Drittel von D ist; so ist A noch einmal so groß als C, und B ebenfalls doppelt so groß als D.

A.	B.	C.	D.
8.	12.	4.	6.

Von der Gleichheitsproportion.

10. Wenn sechs Größen dergestalt proportional sind, daß sich die erste zu der andern verhält, wie die dritte zu der vierten, und die dritte sich zur vierten eben so verhält, wie die fünfte zur sechsten, so verhält sich die erste zur andern, wie die fünfte zur sechsten. Oder: wenn drey Grössen unter sich sind, wie drey andre; so verhält sich die erste zur dritten, wie die vierte zur sechsten.

1. Wie A zu B und C zu D; und C zu D, wie E zu F ist; so ist A zu B, 2 zu 4; wie E zu F, 5 zu 10.

2. Die Größen G, H, I, sind unter sich, wie die Größen K, L, M; und wie sich verhält G zu I, 1 zu 3; so verhält sich K zu M, 2 zu 6. Weil, ein Drittel von 3, wie 2, ein Drittel von 6 ist.

A.	B;	C.	D;	E.	F.
2.	4;	3.	6;	5.	10.
G.	H.	I:	K.	L.	M.
1.	2.	3:	2.	4.	6.

Von der zusammengesetzten Proportion.
(proport. compos.)

11. Wenn mehrere Größen oder Glieder proportional sind; so verhält sich ein Vörderglied zu seinem Hintergliede, wie sich alle Vörderglieder zusammen genommen, zu allen Hintergliedern auch zusammen genommen, verhalten. Und ein Vörderglied wird sich gegen alle übrige Vörderglieder zusammen genommen, wie sein Hinterglied zu allen übrigen Hintergliedern zusammen genommen, verhalten.

Die Zahlen 3, 9; 2, 6; 1, 3; sind proportional: wie sich also das Vörderglied A zum Hinterglied B verhält, 3 zu 9; so verhalten sich die drey Vörderglieder A, C, E, zusammen genommen, zu den drey Hintergliedern B D F, auch zusammen genommen; indem 6, wie 3, zu 9, der dritte Theil von 18. ist.

2. Das Vörderglied E verhält sich zu den drey Vördergliedern A, C, E, 1 zu 6: wie das Hinterglied F, zu den dreyen Hintergliedern B, D, F, 3 zu 18; weil 1 in 6 sechsmal, wie 3 in 18 sechsmal enthalten ist.

A.	3.	B.	9.
C.	2.	D.	6.
E.	1.	F.	3.
	6.		18.

Von der zertheilten Proportion.
(proportio divisionis.)

12. Die Grössen, welche zusammen gesetzt, proportional sind, sind auch, wenn sie zertheilt sind, proportional. (Fig. 3.)

Das

Das Verhältniß von AB zu BE, 10 zu 6, ist gleich dem Verhältniße von CD zu DF, 20 zu 12, und mithin verhält sich AE zu BE, 4 zu 6, eben so, wie CF zu DF, 8 zu 12.

13. **Die Bogen, welche einerley oder gleiche Winkel messen, sind mit ihren Zirkeln in gleichem Verhältniße, und haben einerley Summe von Graden. (Fig. 4.)**

Vorausgesetzt, daß die Winkel AEB, CED gleich sind, indem sie, wenn sie übereinander gelegt werden, gleichsam nur einen einzigen Winkel ausmachen, und die Zirkel A B I, C D F, aus dem Punkt E beschrieben werden; so ist klar, daß, wenn z. E. der Bogen A B, 60 Grade, nämlich den sechsten Theil von 360 beträgt; und der Rest des Zirkels wiederum von 60 zu 60 Graden eingetheilet wird, durch Linien, die durch den Mittelpunkt E gezogen werden; auch der kleine Zirkel wie der grosse in sechs gleiche Theile eingetheilet werden wird; und wie der Bogen AB, der das Maaß des Winkels AEB ist, der sechste Theil seines Zirkels ABI ist; so wird auch der kleinere Bogen CD, der das Maaß des Winkels CED ist, sechzig Grade haben und der sechste Theil seines Zirkels CDF seyn.

14. **Bey den gleichen Winkeln sind die mit einerley Oeffnung des Zirkels beschriebenen Bogen gleich; und wenn die Bogen gleich sind; so sind es die Winkel auch. (Fig. 5.)**

z. E.

Z. E. Wenn die Winkel BAC und CAD gleich sind; so sind die Bogen BC, CD ihr Maaß, die auch einerley Verhältniß mit ihren Zirkeln haben, dergestalt, daß, wenn der Bogen BC 40 Grade beträgt, CD auch so viel beträgt. (nach dem vorhergehenden.) Und da diese Grade gleiche Theile eines Zirkels BDE sind: so ist der Bogen BC dem Bogen CD gleich.

Noch weiter folget ganz deutlich daraus, daß, da diese Bogen gleich sind, auch die Winkel BAC, CAD, einander gleich sind, als deren Maaß sie sind.

15. Wenn zwo gerade Linien, die gleichlaufen, auf eine andre gerade Linie fallen; so sind die Winkel, die jedwede macht, gleich. (Fig. 6.)

Es ist ganz natürlich, daß die Linien AB, CD, da sie parallel und sind; eine wie die andre sich auf die Linie GH neigen daß die Winkel, welche sie beyden Theils machen, z. E. die Winkel A, C, gleich sind, und daß, wenn sie nicht gleich wären, die Linien A,B,C,D, sich verschiedentlich neigen, und also nicht gleich laufen würden; daraus folgt, daß

16. Die Linien, welche auf eine andre fallen, und gleiche Winkel mit einander machen, parallel sind.

17. Zwo Seiten eines Dreyeckes zusammen genommen, sind größer als seine dritte Seite. (Fig. 7.)

Die

Die gerade Linie ist das kürzeste zwischen zweyen Punkten; also sind auch die Seiten AC, CB, die einen Winkel machen, zusammen genommen grösser als die einzige Grundlinie AB.

18. Eine Linie, welche auf eine andre fällt, macht mit derselben zween Winkel, welche zusammen genommen, die Summe zweener rechten Winkel, das ist 180 Grade betragen. (Fig. 8.)

1. Wenn die Linie AB auf die Linie CD perpendicular fällt; so sind die zween Winkel, CBA, ABD, rechte Winkel (10. Definition. I. Hauptstück.) Nehmet die Linie BE an, so sind die zween Winkel DBE, EBC, die das Maaß eines halben Zirkels, d. i. 180 Grade haben (35. Def. I. Hauptst.) zusammen genommen, den rechten Winkeln CBA, ABD, gleich, welche eben auch das Maaß von 180 Graden haben.

19. Wenn zwo gerade Linien einander durchschneiden; so sind die am Durchschneidungspunkte einander entgegengesetzten Winkel gleich. (Fig. 9.)

Die Linien DE, FG durchschneiden sich: ich zeige also, daß die einander entgegengesetzten Winkel A und B am Mittelpunkte gleich sind. Der Winkel C beträgt mit dem Winkel A, die Summe zweener rechten Winkel wie mit dem Winkel B; (nach dem vorhergehenden) es sind also die Winkel A und B gleich. (7. Satz.)

20. Eine

20. Eine gerade Linie, welche zwo Parellellinien durchschneidet, macht gleiche Wechselwinkel. (Fig. 10.)

Da die Linie AB die Parallellinien H E, DF durchschneidet; so sagt man, daß die Wechselwinkel D,H einander gleich seyen. Der Winkel C ist dem Winkel D gleich (15. S.) er ist auch dem Winkel H gleich, der ihm am Mittelpunkt entgegen steht; (nach dem vorhergehenden) folglich (nach dem 3 Satze) ist der Winkel D seinem Wechselwinkel H gleich.

Aus diesem Satze entspringt der folgende.

21. Zwo gerade Linien sind parallel, wenn eine dritte, die dieselben durchschneidet, gleiche Wechselwinkel macht.

22. Wenn in einem Dreyecke ein Winkel und zwo Seiten sind, die einem Winkel und zwoen Seiten in einem andern Dreyecke von eben der Lage als jenes, gleich sind; so sind die zwey Dreyecke einander gleich und ähnlich. D. i. die Seiten und die Winkel des einen sind den Seiten und den Winkeln des andern gleich. (Fig. 11.)

Erstlich sage ich, daß die Seiten AB, AC, des Triangels ABC, den Seiten DE, DF, des Triangels DEF,

wie

wie auch der Winkel CAB, dem andern Winkel D und folglich die zween Triangel einander gleich und ähnlich seyen.

Wenn der Winkel D auf den Winkel CAB, der ihm gleich ist, gelegt würde; so würden die Seiten DE DF, auf die ihnen gleiche Seiten AB, AC fallen, die Grundlinie EF. aber auf der andern BC zu liegen kommen, und so würden die beyden Triangel ABC, DEF auf einander passen, und daher sind sie einander gleich und ähnlich, (nach dem zweyten Satze.)

Wenn die Seiten AB, AC, den Seiten DE, DF; der Winkel B aber dem Winkel E gleich ist; so sind auch die zwey Dreyecke einander gleich und ähnlich.

Man beschreibe den Bogen GH aus dem Punkte A und dem Zwischenraume AC oder auch aus DF, das gleich ist.

Wenn der Winkel E auf den Winkel B gelegt würde; und die Linien AB, DE, gleich wären; so würde der Punkt D, auf dem Punkt A liegen, und die Linie DF würde gerade auf die Linie AC, die ihr gleich ist, fallen. Denn wäre sie höher wie in AG; so würde sie nicht auf die Grundlinie BC fallen, oder würde gar von ihr durchgeschnitten werden, wenn sie niedriger wäre wie in AH: so aber würden die drey Spitzen D, E, F, auf die andern dreye A, B, C, fallen, daher sind also die Triangel gleich und ähnlich.

23. Zween Triangel, die gleiche Seiten haben, sind gleichwinklicht, ähnlich und gleich. (Fig. 12.)

1. Die Seiten des Triangels ABC, sind den Seiten des Dreyeckes DEF gleich. Erstlich sage ich, daß beyde Triangel auch gleiche Winkel haben, d. i. daß die Winkel des einen den Winkeln des andern gleich sind. Dieses beweise ich folgender Gestalt.

Wenn man nur voraussetzt, daß die Seiten AB, AC, den Seiten DE, DF, gleich sind; wie auch der Winkel A dem Winkel D; so folget vermöge des Vorhergehenden daraus, daß die Grundlinie BC, der Grundlinie EF, gleich ist: und da die Grundlinien BC, EF gleich angenommmen sind; so sind auch die Winkel A und D gleich. Eben so kann man auch die andern Winkel beweisen.

2. Da diese Triangel gleiche Seiten und gleiche Winkel haben; so passen sie in allen ihren Theilen, wenn man sie auf einander legt, daher sind sie gleichwinklicht, gleich und ähnlich.

Hieraus folgt der folgende Satz.

24. In gleichen und einander ähnlichen Dreyecken sind die gleichen Winkel den gleichen Seiten entgegen gesetzt.

25. In einem gleichschenklichten Triangel sind die den gleichen Seiten entgegenstehende Winkel, gleich. (Fig. 13.)

Der Triangel ABC ist gleichschenklicht; ich muß also zeigen, daß die Winkel A und B, die den gleichen Seiten AC, BC, entgegen stehen, gleich sind.

Man theile die Grundlinie AB in zween gleiche Theile durch die Linie DC; so werden die beyden Triangel E, F, gleichwinklicht seyn. (23. Satz.) Denn die Seiten des eines werden den Seiten des andern gleich seyn, und mitthin (nach dem Vorhergehenden) werden die Winkel A und B die der gemeinschäfftlichen Seite DC entgegen gesetzt sind, gleich seyn.

Daraus folget, daß

26. Wenn zwo Linien AC, BC, sich eine gegen die andre in gleichen Winkeln über eine dritte neigen, sie einen gleichschenklichten Triangel machen.

27. Die verlängerte Seite eines Triangels macht einen äussern Winkel, der den zween innern entgegengesetzten Winkeln gleich ist. (Fig. 14.)

Man verlängere die Grundlinie AB des Triangels ABC, gegen G; so wird der Winkel CBG, den man den äussern (externum) nennet, den beyden innern entgegengesetzten Winkeln A und C gleich seyn. Ich habe EF mit AC parallel gezogen; daher ist der Winkel E dem Winkel A gleich, (15. Satz) und der Winkel D ist seinem Wechselwinkel C gleich. (20. S.) Mitthin ist der einzige Winkel CBG den innern entgegensetzten Winkeln A und C gleich.

Daraus folgt, daß

28. Der äussere Winkel eines Triangels allzeit grösser als einer oder der andre der innern entgegengesetzten ist.

29. Die drey Winkel eines Triangels betragen die Summe zweener rechten Winkel, oder 180 Grade. (Fig. 15.)

Die Winkel A und C, zusammen genommen, sind dem äussern Winkel D gleich. (27. Satz) Die Winkel D, B, betragen so viel, als zween rechte Winkel oder 180 Grade (18. Satz) Daher gelten auch die Winkel B, A, C, eben auch zween rechte Winkel, oder 180 Grade.

Daraus folgt, daß

30. 1° Die drey Winkel eines Triangels, zusammen genommen, eben so viel betragen, als drey Winkel eines andern Triangels.

31. 2° Daß, wenn zween Triangel gleiche Winkel haben, sie gleichwinklicht sind. (Fig. 16.)

D. i. Z. E. Wenn die Winkel A und B des Triangels ABC, den Winkeln D und E des Triangels DEF gleich sind; so ist auch der Winkel C dem Winkel F gleich.

32. 3°. Daß, wenn ein Dreyecke einen rechten oder stumpfen Winkel hat; die andern zween spitzig sind.

33. Der größte Winkel eines Dreyeckes ist der größten Seite entgegen gesetzt. (Fig. 17.)

Die Seite AB des Triangels ABC, ist grösser als die Seite BC; ich soll nun zeigen, daß der Winkel ACB grösser ist, als der Winkel A.

Ich habe BD der Seite BC gleich gemacht, daher ist Winkel BCD, gleichschenklicht, und die Winkel C, D, sind gleich; (nach dem 25. S.) daher ist der äussere Winkel D in Ansehung des Triangels ADC grösser, als sein innerer ihm entgegengesetzter A; (nach dem 28. Satze) und der Winkel C, der dem Winkel D gleich ist, macht nur einen Theil des Winkels ACB aus; daher ist auch der Winkel ACB grösser als der Winkel A.

34. Ein Dreyecke, das eine Seite und zween Winkel hat, die den Winkeln und einer Seite eines andern gleich sind, ist ihm selber in allen seinen Theilen gleich. (Fig. 18.)

Erstlich, wenn man voraus setzt, daß in dem Triangel A, die Winkel B, C, den Winkeln E, F, im Triangel D gleich sind, so schließt man daraus, (nach dem 31 Satze) daß die beyden Triangel gleichwinklicht sind.

Zweytens, wenn eine von den Seiten z. E. die Grundlinie BC, der Grundlinie EF gleich ist; so ist offenbar,

daß die zween Triangel, wenn einer auf den andern gelegt wird, passen wird; denn man lege die Grundlinie BC auf die andre EF; so werden auch die Seiten AB, AC, auf die Seiten DE, DF, zu liegen kommen, widrigenfalls wären die Triangel nicht gleichwinklicht. Daher ist also der Triangel A in allen seinen Theilen dem Triangel D gleich (nach dem 2 Satz.)

35. In einer vierseitigen Figur sind die vier Winkel zusammen genommen, vier rechten gleich. (Fig. 19.)

Die Diagonallinie BD angenommen; so sind die Winkel der vierseitigen Figur AC, aus den Winkeln der Triangel E, F, zusammen gesetzt, welche zusammen genommen, vier rechte Winkel machen (nach dem 29 Satz.)

36. Die Linien, welche auf zwo andre, die parallel sind, folgen, und mit denselben ein Parallelogrammum beschreiben, sind einander gleich und parallel. (Fig. 20.)

Z. E. Die Linien AB, CD, mögen gleich und parallel seyn, daraus sehe ich, daß auch AC, BD, die auf sie folgen, einander auch gleich und parallel sind.

1. Man setze die Linie AD: die Wechselwinkel E, F, sind gleich; (nach dem 20. Satz) und da die Seiten des Winkels E, den Seiten des Winkels F gleich sind; so sind die Triangel ACD, ABD, gleich und ähnlich.

(nach

(nach dem 22. Satz.) Daher sind auch die Linien AC, BD gleich. (nach dem 24. Satz.)

2. Weil die Triangel ACD, ABD gleich sind; so sind auch (nach dem 24. Satz.) die Winkel G, H, gleich; und da sie Wechselwinkel sind; so ist AC, BD parallel (21. Satz) und die Figur ABCD ist ein Parallelogrammum. (28. Def. 1. Hauptst.)

Hieraus folget, daß

37. Ein Parallelogrammum durch seine Diagonallinie in zween gleiche Theile getheilet wird.

38. Ein Parallelogrammum hat gleiche entgegengesetzte Winkel und Seiten. (Fig. 21.)

Die entgegengesetzten Winkel A, D; B, C; des Parallellogrami AD, sind gleich; wie seine entgegengesetzten Seiten AB, CD: AC, BD. Man verlängere die Seite CD gegen F, und AB in E.

1. Wenn die Linien AB, CD, AC, BD, parallel sind; so ist der Winkel E seinem Wechselwinkel D gleich. (20. Satz.) Er ist auch dem Winkel A gleich, der von eben der Art ist als er selber. (15. S.) Daher sind die Winkel A, D, gleich. (3. Satz) Weiter ist der Winkel D dem Winkel F von gleicher Art mit ihm selbst, gleich, wie seinem Wechselwinkel E. Daher sind die Winkel E, F, einander gleich. Die Winkel C, F, machen zween rechte Winkel, wie die Winkel B, E; (18. Satz) Daher sind die entgegengesetzten Winkel B, C, auch gleich. (5. S.)

2. Wenn die Linie AC mit einer gleichen Oeffnung der Winkel zwischen zwoen Parallellinien CD, AB, fortliefe; so ist klar, der Punkt A würde nicht geschwinder auf den Punkt B, als die ganze Linie AC auf ihre Parallellinie BD, zu liegen kommen: und der Punkt C, würde in der Linie CD eben so viel Weg gemacht haben als der Punkt A in der Linie AB. Daher sind die Linien AB, CD, gleich, und (36. S.) AC, BD, sind es auch.

Daraus folgt, daß

39. Eine Figur von vier Winkeln ein Parallelogrammum ist, wenn die entgegengesetzten Seiten einander gleich sind.

40. Parallelogramma, die auf einer Grundlinie, und zwischen einerley Parallellinien stehen, sind gleich. (Fig. 22.)

Die Parallelogramma BC, AF, stehen auf einerley Grundlinie AB, und zwischen einerley Parallellinien AB, CF; ich soll nun zeigen, daß sie gleich sind.

In den Parallelogrammen sind die einander entgegengesetzten Seiten gleich. (38. Satz.) Daher sind die Linien AC, AE den Linien BD, BF, gleich AB aber ist CD, wie auch EF, gleich, und weiter ist CD mit EF, (3. Satz.) und CE mit DF gleich. (4. Satz)

Die Linien AC, CE, AE, sind also den Linien BD DF, FB gleich; mitthin sind die Triangel ACE, BDF, gleich. (23. Satz) Wenn man nun von denselben den gemeinschäfftlichen Triangel G wegnimmt; so

so bleibt die vierseitige Figur H übrig und der andern I gleich. (5. Satz) Wenn man aber zu denselben den kleinen Triangel O noch setzt; so ist das Parallelogrammum ABCD, dem andern ABEF gleich.

Hieraus fließt der folgende Satz.

41. Die Parallellogrammen von gleicher Höhe und auf gleichen Grundlinien, sind gleich. (Fig. 23.)

42. Dreyecke auf einerley Grundlinien beschrieben, und zwischen einerley Parallellinien sind gleich. (Fig. 24.)

Die Triangel ABC, ABD, stehen auf einerley Grundlinie AB, und sind zwischen einerley Parallellinien CF, AB; man muß also ihre Gleichheit beweisen: zu diesem Ende nehme man an, BE sey parallel mit AC, und BF mit AD.

Die Parallellogrammen ABCE, ABDF, sind gleich. (40. Satz) die gegebenen Triangel ABC, ABD sind ihre Hälften, (37. Satz.) daher sind sie gleich. (6. S.) Ferner ist klar daß

43. Dreyecke von gleicher Höhe, auf gleiche Grundlinien beschrieben, gleich sind. (Fig. 25.)

44. Wenn ein Parallellogrammum und ein Triangel auf einer Grundlinie und zwischen einerley Parallellinien stehet, so ist das Parallelogram-

logrammum doppelt so groß als der Triangel. (Fig. 26.)

Z. E. Wenn die Linien AB, CE, parallel sind; so ist das Parallelogrammum ABCD doppelt so groß als der Triangel ABE. Ziehet nur die Diagonallinie BC, oder setzet, daß sie gezogen sey.

Die Triangel ABC, ABE, sind gleich (42. Satz) das Parallelogrammum ABCD ist doppelt so groß als der Triangel ABC (37. Satz) daher ist er doppelt so groß als der andre ihm gleiche ABE.

45. In einem jeden rechtwinklichten Triangel ist das Quadrat der dem rechten Winkel entgegengesetzten Seite, die man die Hypothenuse nennet, den Quadraten der andern zwo Seiten gleich. (Fig. 27.)

Die Perpendicularlinie aber, die aus dem rechten Winkel herab gelassen wird, theilet das entgegenstehende Quadrat in zwey Rectangula, welche sich zu einander verhalten, wie die andern zwey Quadrate, indem jedes Rectangulum seinem Quadrate gleich ist.

Der Winkel BAC ist ein rechter Winkel, deswegen ist das Quadrat BE den andern Quadraten O, S, gleich: und wenn die Perpendicularlinie AH angenommen wird; so beweise ich erstlich, daß das Rectangulum BH dem Quadrate O gleich sey. Ziehet die Linien CF, AD. Die Triangel BFC, BDA, sind gleich. (22. S.) Sie haben die Seiten FB, BC: AB, BD,

die

die gleich sind; wie auch die Winkel FBC, ABD, sind, deren jeder aus einem rechten und dem gemeinschäfftlichen Winkel ABC zusammen gesetzt ist.

Das Quadrat O ist doppelt so groß als der Triangel BFC, das Rectangulum BH ist eben das in Ansehung des Triangels BAD (nach dem vorhergehenden) daher ist das Quadrat O dem Rectangulo BH gleich, (6. Satz.)

Eben so kan man beweisen, daß das Quadrat S, dem Rectangulo CH gleich ist; daher ist das Quadrat DC, den beyden Quadraten O, S, gleich, und diese beyden Quadrate sind unter sich, wie die zwey Rectangula BH, CH.

Hieraus folgt, daß

46. Wenn ein rechtwinklichter Triangel gleichschenklicht ist; das Quadrat der dem rechten Winkel entgegenstehenden Seite doppelt so groß ist, als ein jedes der Quadrate auf den gleichen Seiten. (Fig. 28.)

47. Triangel von gleichen Höhen sind unter sich wie ihre Grundlinien (Fig. 29.)

Nehmet EF mit AD parallel an, so ist der Triangel ABE zum Triangel CDF, wie die Grundlinie AB zur Grundlinie CD; das ist, zum Exempel, wenn die Grundlinie AB doppelt oder dreymal so lang ist, als die Grundlinie CD; so ist der Triangel ABE doppelt oder dreyfach so groß, als der Triangel CDF.

Angenommen, daß die Grundlinie AB fünf Schue ist, die Grundlinie CD aber drey Schue beträgt, und man aus diesen Theilen in die Winkel

E, F, Linien zieht; so werden dieselben die vorgegebnen Triangel in acht kleinere zertheilen, die gleich sind. (43. Satz.) Der erstere ABE, enthält fünf, der andre CDF drey; daher sind die beyden Triangel ABE, CDF, im Verhältniß untereinander, wie 5 zu 3, wie ihre Grundlinien AB, und CD.

48. Parallelogramma von gleicher Höhe verhalten sich zu einander wie ihre Grundlinien. (Fig. 30.)

Das Parallelogrammum CD, das aus acht gleichen Triangeln zusammen gesetzt ist, ist noch einmal so groß als das Parallelogrammum AB, das aus vier Triangeln besteht; so wie die Grundlinie CE, die in vier gleiche Theile abgetheilt ist, noch einmal so groß ist, als die Grundlinie AO, die nur zween Theile hat.

49. Trapezia von gleichen Höhen verhalten sich, wie Grundlinien, wenn dieselben in gleichem Verhältnisse mit den entgegengesetzten parallellen Seiten stehen. (Fig. 31.)

Die Grundlinien AB, CD, sind unter sich wie ihre entgegengesetzten parallelen Seiten EF, GH, denn, wie sich verhält 4 zu 6, 2 zu 3; so verhält sich auch das erste Trapezium von 6 Triangeln, zu dem zweyten von 9, wie die Grundlinie AB, zur Grundlinie CD, 2 zu drey; weil sechs zwey Drittel von neun sind, wie zwey, zwey Drittel von drey sind.

50. Die

50. Die Trapezia von gleicher Höhe, deren Grundlinien mit den entgegengesetzten Seiten parallel sind, sind unter sich wie die Summen der parallelen Seiten. (Fig. 32.)

Die Summe der parallelen Seiten AB, CD, ist 18, die Summe der andern EF, GH, ist 6; und wie 18, 6 dreymal enthält; so enthält auch das Trapezium AD, das aus achtzehn Triangeln zusammen gesetzt ist, das aus sechsen bestehende Trapezium EH dreymal.

51. Wenn in einem Triangel eine Linie mit einer Seite parallel ist, so theilet sie die andern zwo proportional. (Fig. 33.)

Die Linie EF, mag mit der Seite BC parallel seyn; man hat zu beweisen, daß die Seite AB in E durchgeschnitten wird, wie die Seite AC in F; das ist, das Verhältniß von AE, zu EB sey ähnlich dem Verhältniße von AF zu FC.

Man nehme die Linien CE, BF, an.

Die Triangel EFB, EFC sind gleich; (42 und 47. Satz) wie sich AE zu BE verhält; so verhält sich der Triangel AEF, zum Triangel BEF, oder CEF, der ihm gleich ist. Ferner, wie sich verhält der Triangel AEF zum Triangel CEF; so verhält sich AF zu FC, daher, d. i. (nach dem 10 S.) nach dem Verhältniße der Gleichheit, verhält sich AE zu EB, wie AF, zu FC.

Dar-

Daraus folgt, daß

52. Eine Linie, welche zwo Seiten eines Triangels proportional theilet, mit der dritten parallel ist.

53. Gleichwinklichte Triangel haben proportionale Seiten. (Fig. 34.)

Wenn die Triangel ABC, DCE gleichwinklicht sind; so haben sie proportionale Seiten: d. i. die Seiten des ersten Triangels sind unter sich wie die Seiten des andern. Dieses kann bewiesen werden.

Wenn die Grundlinien BC, CE nur eine gerade Linie machen, und die Winkel ABC, DCE gleich sind, sowohl als die Winkel ACB, DEC; so sind die Seiten AB, CD, parallel, wie auch die Seiten AC und DE. (16. Satz) Und wenn BA, ED, in F verlängert werden; so ist ACDF, ein Parallellogrammum, in welchem die Seiten AF, FD, ihren entgegengesetzten CD, CA, gleich sind. (38. Satz) Dieses zum vorausgesetzt, so kommen wir nun auf den Beweis selbst.

1. In dem Triangel BEF, ist CD parallel mit BF daher (51. Satz) verhält sich DE zu DF, oder zu der ihr gleichen Seite CA eben so, wie sich CE zu CB verhält; und umgekehrt: (9. Satz) DE verhält sich zu CE wie AC zu BC.

2. Die Linie AC ist mit EF parallel; daher verhält sich AB zu AF oder zu CD, die ihr gleich ist, wie sich CB zu CE verhält; und umgekehrt verhält sich

BA

BA zu BC, wie CD zu CE. Und endlich verhält sich auch wegen der Gleichheit (10. Satz) AB, zu AC, wie DC zu DE; daher haben die gleichwinklichten Triangel proportionale Seiten.

54. Triangel mit proportionalen Seiten sind gleichwinklicht. Ferner,

55. Triangel, welche gleiche Winkel oder proportionale Seiten haben, sind einander ähnlich.

56. Ein rechtwinklichter Triangel theilet sich in zween andre, die ihm ähnlich sind, wenn man aus dem rechten Winkel eine Perpendicularlinie auf die entgegenstehende Seite fallen läßt. (Fig. 35.)

Wenn man annimmt, daß die Linie BD, die aus der Spitze des Winkels ABC gezogen wird, auf der entgegenstehenden Seite AC perpendicular aufgerichtet ist; so kann ich beweisen, daß die Triangel ABD, BCD, dem rechtwinklichten Triangel ABC, ähnlich sind.

1. Die Triangel ABC, ABD, haben einen gemeinschäfftlichen Winkel A, und ihre Winkel ABC, ADB, sind rechte Winkel, daher sind sie (31. Satz) gleichwinklicht, und ähnlich. (55. Satz.)

2. Eben darum sind auch die Triangel ABC, BCD ähnlich. Sie haben den Winkel C gemeinschäfftlich, und jeder hat einen rechten Winkel.

57. Zween

57. Zween Triangel sind ähnlich, wenn sie einen gemeinschäfftlichen Winkel haben, und die demselben entgegenstehenden Seiten parallel sind. (Fig. 36.)

DE mag parallel mit BC seyn; ich sage, daß die Triangel ADE, ABC ähnlich seyen.

Da die Linien BC, DE, parallel sind, so ist der Winkel D dem Winkel B gleich; und der Winkel E ist dem Winkel C gleich. (15. Satz.) Der Winkel A ist gemeinschäfftlich: daher haben die Triangel ABC, ADE, gleiche Winkel, und sind ähnlich. (55. Satz.)

58. Zween Triangel, die einen gleichen Winkel, wie auch proportionale Seiten dieses Winkels haben, sind ähnlich. (Fig. 37.)

Wenn sich AB zu AD verhält, wie AC zu AE; so sind die Triangel ABC, ADE ähnlich. Beweis.

Wenn das Verhältniß getheilet wird; (12. Satz.) so wird sich AD zu BD, wie AE zu CE verhalten; daher ist DE mit BC parallel (52. Satz) und die Triangel sind ähnlich. (nach dem vorhergehenden.) Eben das gilt auch von den abgesonderten Triangeln O und P.

59. Zwo Linien, welche sich zwischen zwoen Parallellinien durchschneiden, machen zween ähnliche Triangel, und wenn eine von den Durchschnittenen von der andern in zween glei-

che

che Theile getheilt wird, oder wenn die Parallellinien gleich sind; so sind auch die Triangel einander ähnlich und gleich. (Fig. 38.)

1. Wenn die Linien AE, BD, zwischen den Parallellinien AB, DE sich durchschneiden; so sind die Triangel ABF, CDE gleich.

Die entgegengesetzten Winkel C,F, sind gleich (19. S.) die Wechselwinkel auch, nämlich A, E, so wie die Wechselwinkel B, D, (20. Satz) daher sind (55. S.) die Triangel ABF, CDE, ähnlich.

2. Wenn AE, durch BD in zween gleiche Theile getheilet wird, oder BD durch AE, oder wenn AB seiner mit ihm gleichlaufenden Linie DE gleich ist; so sind die zween Triangel einander ähnlich und gleich. (34. Satz.)

60. Wenn zween gleiche Triangel einen gleichen Winkel haben; so sind die Seiten, die denselben machen, gleichhaltig. (Fig. 39.)

Da die Triangel S,I, gleich sind, wie auch ihre Winkel um den Punkt B; so beweißt man, daß AB, die Grundlinie des ersten Triangels, zu DB, der Seite des andern sich verhält, wie BE, die Grundlinie des andern Triangels, zu BC der Seite des erstern.

Man nehme nur AD, CE, als zwo gerade Linien an, und lasse dieselben mit der Linie CD, den Triangel O machen.

Da

Da die Triangel S, I, gleich sind; so haben sie einerley Verhältniß zu dem Triangel O, d. i. der Triangel S verhält sich eben so zum Triangel O, als wie sich der Triangel I zu O verhält. Und da sich diese Triangel wie ihre Grundlinien untereinander verhalten; (47. Satz) so verhält sich AB, die Grundlinie des Triangels S, zu BD, der Grundlinie des Triangels O; wie BE, die Grundlinie des Triangels I, zu BC, der Grundlinie des Triangels O, daher haben die vorgegebenen Triangel S, I, gleichverhaltende Seiten. (41. Def. 1 Haupst.)

Daraus folgt, daß

61. Zween Triangel gleich sind, wenn sie einen gleichen Winkel haben, dessen Seiten gleichhaltig sind.

62. Wenn vier Linien proportional sind; so ist das Rectangulum, das zwischen den äussersten Linien begriffen ist, dem Rectangulo zwischen den mittlern Linien gleich. (Fig. 40.)

AB mag sich zu BC verhalten, wie BD zu BE, daher ist das Rectangulum AE, das zwischen den äußern Linien AB, BE begriffen ist, dem Rectangulo BH, das zwischen den mittlern BC, BD begriffen ist, gleich. Das beweise ich also:

Ziehet die geraden Linien ABC, DBE; BF aber nehme man als ein Rectangulum an, das durch die verlängerten Linien GE, HC entstehet.

Das

Das Rectangulum AE verhält sich zu dem andern BF, wie die Grundlinie AB, zu der Grundlinie BC; ingleichen das Rectangulum BH verhält sich zum andern BF, wie sich die Grundlinie BD zur Grundlinie BE verhält. (48. Satz.) Die Grundlinie AB verhält sich zur Grundlinie BC, 12 zu 8, wie sich verhält die Grundlinie BD zur Grundlinie BE, 3 zu 2. So verhält sich auch das Rectangulum AE zum Rectangulo BF, wie das Rectangulum BH, zu eben dem Rectangulo BF sich verhält; daher sind (6. Satz.) die Rectangula AE, BH, gleich. Daher enthält auch ein jedes vier und zwanzig gleiche kleine Quadrate.

63. Gleiche Rectangula haben gleichhaltige Seiten.

Die Rectangula AE, DC sind gleich; das haben wir bewiesen; und wie sich AB, zu BC, 12 zu 8, BD zu BE, 3 zu 2 verhält, oder welches einerley ist, wie sich AB zu BD, 12 zu 3, BC zu BE, 8 zu 2 verhält; so verhält sich das Vörderglied des erstern Verhältnisses, und das Hinterglied des andern in dem ersten Rectangulo AE: daher haben die gleichen Rectangula AE, BH, sich gleichverhaltende Seiten. (73. Def. I. Hauptst.)

64. Wenn drey Linien proportional sind; so ist das Rectangulum zwischen den äussersten Linien dem Quadrate auf der mittlern Linie gleich, und wenn das Quadrat dem Rectangu-

lo gleich ist; so sind die Linien proportional. (Fig. 41.)

1. Angenommen, daß die Linien A, B, C, proportional sind; so ist das Rectangulum AC aus der ersten und letzten Linie A,C bestehend, dem Quadrate BE auf der mittlern Linie B, gleich. Das ist zu beweisen. (Fig. 41.)

Wie sich A zu B oder zu E, das ihm gleich ist, verhält; so verhält sich auch B zu C: daher ist das Rectangulum AC dem Quadrate BE gleich. (62.S.)

2. Da das Quadrat und das Rectangulum gleich sind; so haben sie gleichhaltige Seiten (63. Satz.) so wie A zu E oder zu B, das ihm gleich ist, so verhält sich B zu C.

65. **Die Complementa oder Supplementa eines Parallelogrammi sind gleich. (Fig. 42.)**

Es ist zu beweisen, daß die Complemente FH, GI, gleich sind.

Die drey Parallelogramma AD, HI, FG, sind jedwedes durch die Diagonallinie BC (37.Satz.) in zween gleiche Theile abgetheilet worden. Wenn man also von den gleichen Triangeln ABC, BCD, die gleichen Triangel BHE, BIE, CEF, CEG wegnimmt; so bleiben die Complemente FH, GI, übrig, die einander gleich sind. (15. Satz.)

66. **Aehnliche Triangel sind in einem doppelten Verhältnisse unter sich; oder, welches einer-**

ley

ley ist, sie sind unter sich, wie die Quadrate ihrer gleichnamigen Seiten. (Fig. 43.)

Angenommen, daß die Triangel ABC, DEF, ähnlich sind; so kan man sagen, daß sie in doppeltem Verhältnisse mit ihren gleichnamigen Seiten BC, EF stehen: dergestalt, daß, wenn sich eine Linie GH zu EF, wie EF zu BC verhält; ABC sich zu dem Triangel DEF, wie die Grundlinie BC zu der dritten proportionalen Linie GH verhalten wird. Man schneide BI mit GH gleich ab.

Die Winkel B, E sind gleich, weil die Triangel ABC, DEF einander ähnlich sind, AB aber verhält sich zu DE, wie BC zu EF. (53. Satz.) Ferner wie sich verhält BC zu EF, EF zu GH, oder BI, das ihm gleich ist; also, wie AB zu DE, EF zu BI ist; (10. Satz) haben auch die Triangel ABI, DEF, gleichhaltige Seiten um die gleichen Winkel B, E herum (61. S.) und sind also gleich. Der Triangel ABC aber verhält sich eben so zu ABI, wie BC zu BI, oder GH, das ihm gleich ist. (47. Satz.) Daher verhält sich ABC zu ABI oder DEF, welcher ihm gleich ist, wie sich verhält BC zu GH; so, daß, wenn BC die Hälfte oder doppelt oder dreymal so groß wäre als GH; der Triangel ABC zur Hälfte oder doppelt oder dreyfach den Triangel DEF enthalten würde: BC enthält GH viermal, daher enthält ABC den Triangel DEF viermal, so wie das Quadrat BL das Quadrat LM viermal enthält. (Fig. 43.)

Die 16. kleinen Quadrate, die in dem Quadrate EM enthalten sind, ingleichen die 64 in dem Quadrat

BL zeigen, daß das Quadrat BL, das Quadrat EM viermal enthält, weil 16 ein viertel von 64 ist.

67. **Wenn drey Triangel proportionale Grundlinien haben; und der erste mit dem dritten von gleicher Höhe ist; so wird der zweyte dem dritten gleich seyn, wenn er dem ersten ähnlich ist, und wenn er dem letzten ähnlich ist, so wird er auch dem ersten gleich seyn.**

Man nehme drey proportionale Grundlinien ABCD (Fig. 44.) und die Triangel ABE, CDG, von gleicher Grösse an; so sage ich erstlich, daß der auf die mittlere Grundlinie gebaute Triangel F dem Triangel G gleich ist, weil er dem Triangel E ähnlich ist.

Da die Triangel ABE, BCF, ähnlich sind; so haben sie ein doppeltes Verhältniß ihrer Grundlinien, d. i. der Triangel ABE verhält sich zum Triangel BCF, wie sich verhält die Grundlinie AB zu der dritten proportionalen CD; (nach dem vorhergehenden) daher verhält sich der Triangel ABE zum Triangel CDG, wie die Grundlinie AB zur Grundlinie CD. (47. Satz.) Auch hat der Triangel ABE gleiches Verhältniß zu dem Triangel BCF, wie zu CDG; daher (6. Satz.) sind die Triangel BCF, CDG, gleich.

Zweytens ist zu beweisen, daß der Triangel F, (Fig. 45.) der dem Triangel G ähnlich ist, auch dem Triangel E gleich sey.

Der Triangel CDG verhält sich zu dem ihm ähnlichen BCF, wie seine Grundlinie CD zu der dritten pro-

portionalen AB; und wie sich CD zu AB verhält; so verhält sich der Triangel CDG zu ABE; (47. S.) daher ist der Triangel G im gleichen Verhältnisse zum Triangel F, wie zu E, daher sind die Triangel ABE, BCF, gleich.

68. Die ähnlichen Vielecke theilen sich in ähnliche Triangel. (Fig. 46.)

Es seyen die Vielecke BE, GK, einander ähnlich; ich sage, daß die Triangel des einen den Triangeln des andern ähnlich seyen.

Da die Vielecke ähnlich sind; so sind auch die Winkel B, G einander gleich, und AB verhält sich zu BC, wie FG zu GH (71. Def. 1. Haupst.) daher sind die Triangel ABC, FGH einander ähnlich (58. Satz.) und AC verhält sich zu CB wie FH zu GH. Weiter, wie sich verhält BC zu CD, GH zu HI, und also wegen der Gleichheit, wie sich AC zu CD, FH zu HI verhält, und die gleichen Winkel BCA, GHF, von den gleichen BCD, GHI weggenommen werden; so bleiben die gleichen Winkel ACD, FHI übrig. Daher sind die Triangel ACD, FHI noch ähnlich (58. S.) und folglich, wie AD zu DC ist, FI aber zu IH; und wiederum CD zu DE, HI zu IK ist, wegen der Gleichheit aber, wie sich AD zu DE, FI zu IK verhält, und weil die Winkel ADE, FIK gleich sind, weil sie übrig bleiben, nachdem die gleichen Winkel CDE, HIK abgezogen worden, von welchen die gleichen Winkel ADC, FIH, abgezogen worden, so sind auch die Triangel ADE, FIK auch ähnlich.

69. Die ähnlichen Vielecke verhalten sich doppelt zu einander, oder, welches eben so viel ist, sie sind unter sich wie die Quadrate ihrer gleichnamigen Seiten. (Fig. 47.)

Die Vielecke ABCDE, FGHIK, sind ähnlich. Man muß also beweisen, daß sie in doppeltem Verhältnisse ihrer gleichnamigen Seiten stehen; z. E. ihrer Grundlinien CD, HI.

Die Linie L mag sich zu IF verhalten, wie IF zu DA. Die Triangel O, R, sind den Triangeln P, S ähnlich; (nach dem vorhergehenden.) Die Triangel R und S sind, da sie einander ähnlich sind, in doppeltem Verhältnisse mit ihren gleichnamigen Seiten. D. i. der Triangel R verhält sich zum Triangel S, wie sich verhält seine Seite AD zu der dritten proporrtionalen L; (66. S.) aus eben dem Grunde verhält sich der Triangel O zum Triangel P, wie sich verhält die nämliche Seite AD zu der nämlichen dritten proportionalen L. Daher verhält sich der Triangel R zum Triangel S, wie der Triangel O zum Triangel P; und wenn man sie zusammen setzt; so verhalten sich die zween Triangel O, R, d. i. die vierseitige Figur ACDE zu den Triangeln P, S, d. i. zu der vierseitigen Figur FHIK, wie der Triangel O zum Triangel P. (11. S.)

Eben dieses kan man von den vierseitigen Figuren ABCD, FGHI beweisen. Und endlich (11. Satz.) wird heraus kommen, daß die Vielecke BE, GK unter sich sind, wie die Triangel O, P, welche in doppeltem Verhältnisse mit ihren Grundlinien CD, HI,

HI stehen; und so sind auch die Vielecke BE, GK in doppeltem Verhältnisse mit den nämlichen Grundlinien. Ferner sind die Quadrate DT, IV unter sich wie die Triangel O, P, (66. S.) daher sind auch die Vielecke BE, GK, welche sich zu einander wie diese Triangel verhalten, wie die Quadrate unter sich.

70. **Die Theile eines Vieleckes verhalten sich untereinander, wie die Theile eines andern ähnlichen Vieleckes. (Fig. 48.)**

Die Vielecke BO, DP sind ähnlich, ich sage also, die Triangel G, H, I, verhalten sich untereinander, wie die Triangel L, M, N, des andern. Weil die Vielecke ähnlich sind; so sind auch ihre Triangel ähnlich. Also sind die Triangel G, L, in doppeltem Verhältnisse mit ihren gleichnamigen Seiten AE, CF, (66. S.) und eben so verhalten sich die Triangel H, M, zu den nämlichen Seiten AE, CF, daher verhält sich der Triangel G, zum Triangel L, wie der Triangel H zum Triangel M, und umgekehrt, G verhält sich zu H wie L zu M. Aus eben dem Grunde verhält sich der Triangel H zum Triangel I, wie der Triangel M zum Triangel N.

Ferner ist, wegen der Gleichheit, G zu I wie L zu N, und (zusammengesetzt) wie sich G zu der vierseitigen Figur HI verhält; so verhält sich der Triangel L zur vierseitigen Figur MN.

71. **Wenn man ähnliche Vielecke auf die Seiten eines rechtwinklichten Triangels beschreibet;**

so ist das gröste, d. i. dasjenige, welches die dem rechten Winkel entgegenstehende Seite zur Grundlinie hat, den andern beyden gleich. (Fig. 49.)

Der Winkel C des Triangels ABC, ist ein rechter; daher ist nun zu beweisen, daß das Vielecke F, den beyden Vielecken, D, E, die ihm ähnlich sind, gleich sey.

Die ähnlichen Vielecke D, E, F, verhalten sich unter einander, wie die Quadrate ihrer Grundlinien oder gleichnamigen Seiten AB, BC, CA (69. S.) das gröste Quadrat G ist den zweyen kleinern H, I gleich (45. S.) daher ist das gröste Vielecke F den beyden kleinen D, E, gleich. (Fig. 49.)

72. Eine gerade Linie berührt zwar einen Zirkel, aber schneidet ihn nicht durch, wenn sie auf dem äussersten Punkte des Durchmessers perpendicular steht. (Fig. 50.)

Da die gerade Linie AB auf dem äussersten Punkte des Durchmessers AO perpendicular ist; so ists augenscheinlich, daß sie den Zirkel berührt. Aber sie schneidet ihn nicht durch, wenn sie auch bis in E verlängert wird; das muß nun bewiesen werden. Um deswillen nehme man in der Linie AB einen Punkt an, welchen man will, z. E. den Punkt D und ziehe zu dem Mittelpunkt die gerade Linie CD.

Weil der Winkel BAC ein rechter ist, so ist der Winkel ADC spitzig (32. S.) und die dem rechten Winkel

kel entgegengesetzte Linie CD, ist grösser als der Radius AC, der dem spitzigen Winkel entgegengesetzt ist. (33. S.) Daher ist der Punkt D ausser dem Zirkel angenommen worden. (1. S.) Oder man kan dieses auch von allen andern Punkten der berührenden Linie BE beweisen, so nahe an dem Punkt A man sie auch annimmt, daher geht die gerade Linie BE nicht in den Zirkel.

Ferner folgt daraus, daß

73. **Der Zirkel nur von einer geraden Linie in einem Punkte berührt wird, und daß die aus diesem Punkte gezogene Perpendicularlinie durch den Mittelpunkt des Zirkels gehet.**

74. **Der Radius theilet die Peripherie des Zirkels in sechs gleiche Theile, jeden von 60 Graden. (Fig. 51.)**

Man ziehe eine Linie AC gleich dem Radio BC, so sage ich, der Bogen AC sey der sechste Theil der Peripherie des Zirkels, d. i. daß er 60 Grade habe, welches der sechste Theil von 360 ist.

Man nehme den Radius AB an. Der Triangel ABC ist gleichseitig, und seine drey Winkel, welche zusammen genommen, 180 Grade ausmachen, (29. S.) jeder von 60. Daher hat der Bogen AC, als das Maaß des Winkels B, 60 Grade.

75. **Der Winkel am Mittelpunkte ist doppelt so groß als ein Winkel an der Peripherie,**

welcher den nämlichen Bogen zur Grundlinie hat. (Fig. 52.)

1. In dem Zirkel S haben der Winkel am Mittelpunkte CAD, und der Winkel an der Peripherie CBD einerley Bogen CD zur Grundlinie. Es ist also zu beweisen, daß der erste doppelt so groß ist, als der andre.

Die geraden Linien AB, AC, sind gleich, der Triangel ABC ist also gleichschenklicht, und diese Winkel B, C sind gleich (25. S.) der Winkel A ist den beyden B und C gleich, (27. S.) daher ist er doppelt so groß als der Winkel B.

Im Zirkel T ist der Winkel CAE auch doppelt grösser als der Winkel CBE; denn, wenn man annimmt, daß die Linie BAD durch den Mittelpunkt A gehet: so ist der Winkel CAD doppelt so groß, als der Winkel CBD, und DAE ist gleichfals doppelt grösser als DBE; wegen des vorhergehenden.

Endlich so ist auch der Winkel am Mittelpunkte FGH (Fig. 53.) doppelt so groß als FIH, welcher an der Peripherie ist. Denn, wenn man die Linie IGN ziehet; so wird der Winkel NGH doppelt so groß als der Winkel NIH; NGF aber noch einmal so groß als NIF seyn. (nach dem ersten Falle) Wenn man also den Winkel NGF von dem Winkel NGH; und den Winkel NIF von NIH wegnimmt; so bleibt der Winkel FGH übrig, der doppelt so groß ist als der Winkel FIH.

76. Die

76. Die Winkel, welche in einerley oder doch gleichen oder ähnlichen Segmenten sich befinden, sind einander gleich.

Die Winkel ADB, AEB, (Fig. 54.) welche zusammen in dem Abschnitte ABC enthalten sind, sind jeder die Hälfte des Winkels am Mittelpunkte AFB; (nach dem vorhergehenden) daher sind sie gleich. (6. S.) Eben dieses ist auch in Ansehung der Winkel klar, welche sich in gleichen Abschnitten befinden.

Man nehme aber zween Zirkel mit einerley Mittelpunkt IKM, NOP, an. (Fig. 55.) Da die Bogen N, O; I, K, in dem gemeinschäfftlichen Winkel IRK enthalten sind, so ist der erste zu seinem Zirkel, was der andre, zu dem seinigen ist. (13. S.) und so sind die Abschnitte, auf den zwo Sehnen beschrieben, nämlich IK, NO, ähnlich, obgleich ungleich. Oder, daß die Winkel, die in dem grossen Abschnitte IMK sind, wie die im kleinen NPO, gleich seyen. Und das ist daraus klar, (6. S.) weil jeder dieser Winkel die Hälfte des Winkels R am Mittelpunkte ist.

77. Ein in einen halben Zirkel beschriebener Winkel ist ein rechter Winkel. (Fig. 56.)

Der Winkel ACB ist in einem halben Zirkel, von diesem soll bewiesen werden, daß es ein rechter Winkel sey.

Man lasse die Linie DE perpendicular aus dem Mittelpunkte D herunter, so werden die

Win-

Winkel um den Punkt D rechte Winkel seyn.

Der rechte Winkel ADE ist noch einmal so groß als ABC: der rechte Winkel BDE ist auch doppelt so groß als der Winkel BCE (75. S.) daher sind die Winkel ACE, BCE halbe rechte Winkel, und der Winkel ACB, welcher daraus zusammen gesetzt ist, ist ein rechter Winkel.

78. **Die entgegengesetzten Winkel einer vierseitigen Figur, in einen Zirkel beschrieben, sind zween rechten Winkeln gleich. (Fig. 57.)**

Die entgegengesetzten Winkel BAD, CBD, der vierseitigen Figur ABCD, sollen zween rechten Winkeln gleich seyn. Dieses wird folgendermaassen bewiesen.

Man ziehe die geraden Linien AC, BD, so ist der Winkel P dem Winkel O gleich, und der Winkel S dem Winkel R. (76. S.) Der Winkel BAD gilt zween rechte Winkel mit den Winkeln O und R, (29. S.) daher gilt er zween rechte Winkel mit denen ihnen gleichen S und P, oder dem einzigen Winkel BCD.

79. **Die berührende und durchschneidende Linie machen beyde an dem Berührungspunkte Winkel, die den Winkeln des daran stossenden Segments gleich sind. (Fig. 58.)**

1. Die Linie GB berührt den Zirkel in dem Punkt A. Nunmehr ist zu beweisen, daß der Winkel BAC, den die berührende Linie AB und die abschneidende

AC macht, dem Winkel des Abschnittes AHC gleich sey. Man ziehe den Durchmesser AD, der perpendicular auf die berührende Linie AB fallen wird. (73. S.)

Der Winkel ACD ist ein rechter Winkel (77. Satz) und der Winkel DAC, der mit dem Winkel D auch einen rechten Winkel ausmacht, (29. S.) macht mit dem Winkel BAC auch einen rechten Winkel, weil AD perpendicular auf AB steht; daher ist der Winkel BAC dem Winkel D gleich, (7. S.) und folglich auch dem Winkel H, der dem Winkel D gleich ist, (76. S.)

2. Beweise ich, daß auch der Winkel GAC dem Winkel des daran stossenden Segmentes AEC gleich ist. (Fig. 59.)

Der Winkel D macht mit dem Winkel E zween rechte Winkel, (78. Satz.) so wie der Winkel BAC mit CAG (18. S.) Die Winkel ADC, BAC, sind gleich, das ist eben bewiesen worden, daher sind die Winkel GAC, AEC auch gleich.

80. Gleiche Bogen haben gleiche Sehnen. (Fig. 60.)

Die Bogen BC, CD, mögen gleich seyn; daher sage ich, daß ihre Sehnen, BC, CD, gleich sind.

Man ziehe aus dem Mittelpunkte A die Radios AB, AC, AD.

Da die Bogen BC, CD, gleich sind, so sind die Winkel E, F, um den Mittelpunkt des Zirkels gelegt, einander gleich, (14. S.) die Radii AB, AC, AD, sind auch

gleich:

gleich: daher haben die Triangel ABC, ACD gleiche Seiten (22 und 24. S.) und die Sehnen BC, CD sind gleich. W. Z. B. W.

81. Der Radius, der eine Sehne in zween gleiche Theile theilet, theilet auch den Bogen so. (Fig. 61.)

Wenn der Punkt E der Mittelpunkt des Bogens ADB ist, so schneidet der Radius DE die Sehne AB in gleiche Theile. Eben so theilt er auch den Bogen in D, und dieses wird folgender Gestalt bewiesen.

Nehmet die Radios AE, BE an: die Seiten des Triangels ACE sind gleich den Seiten des Triangels BCE; daher sind die Triangel ACE, BCE einander ähnlich, (23. S.) und haben die Winkel G, H, gleich. (24. S.) Daher sind auch die Bogen AD, BD, als ihr Maaß, gleich.

Hieraus folget auch, daß

82. Die Linie, welche Sehne und Bogen in zween gleiche Theile theilet, ein Radius des Zirkels ist.

83. Die Perpendicularlinie, welche eine Sehne in zween gleiche Theile theilet, geht durch den Mittelpunkt des Bogens. (Fig. 62.)

Wenn die Perpendicularlinie CE die Sehne AB in zween gleiche Theile theilet; so sage ich, daß sie durch den Mittelpunkt des Bogens AB gehe.

Ziehet die geraden Linien AD, BD.

Die

Die Linien AC, CB, sind gleich: CD gemeinschäfftlich: die Winkel am Punkt C, rechte Winkel: die Triangel ACD, BCD sind gleich und ähnlich. (22. S.) Also sind auch die Sehnen AD, BD gleich, und haben gleiche Bogen. (80. S.) Der Bogen ADB wird also in zween gleiche Theile getheilet, sowohl als seine Sehne AB und die Perpendicularlinie DE geht durch den Mittelpunkt des Bogens. (82. S.)

84. **Wenn zween gleiche Zirkel sich durchschneiden, so theilt die gerade Linie, welche durch die gemeinschäfftlichen Punkte ihrer Peripherien gezogen wird, in zween gleiche Theile, in rechten Winkeln, die andre gerade Linie, die von einem Mittelpunkte zum andern gezogen wird. (Fig. 63.)**

Die Punkte A, B mögen die Mittelpunkte der gleichen Zirkel H, I seyn: Und es ist zu beweisen, daß die gerade Linie CD die gerade Linie AB in zween gleiche Theile in gleichen Winkeln theile.

Die Triangel ACD. BCD haben die Seiten AC, AD, BC, D gleich, und CD gemeinschäfftlich: daher sind sie einander ähnlich, (23. S.) und ihre Winkel ACD, BCD sind gleich. (24. S.) Ferner, da die Radii AC, CB gleich sind, und die Linie CE den gleichen Winkeln ACE, BCE gemeinschäfftlich ist; so sind auch die Triangel ACE, BCE in allen ihren Theilen gleich. (22. S.) Folglich ist auch

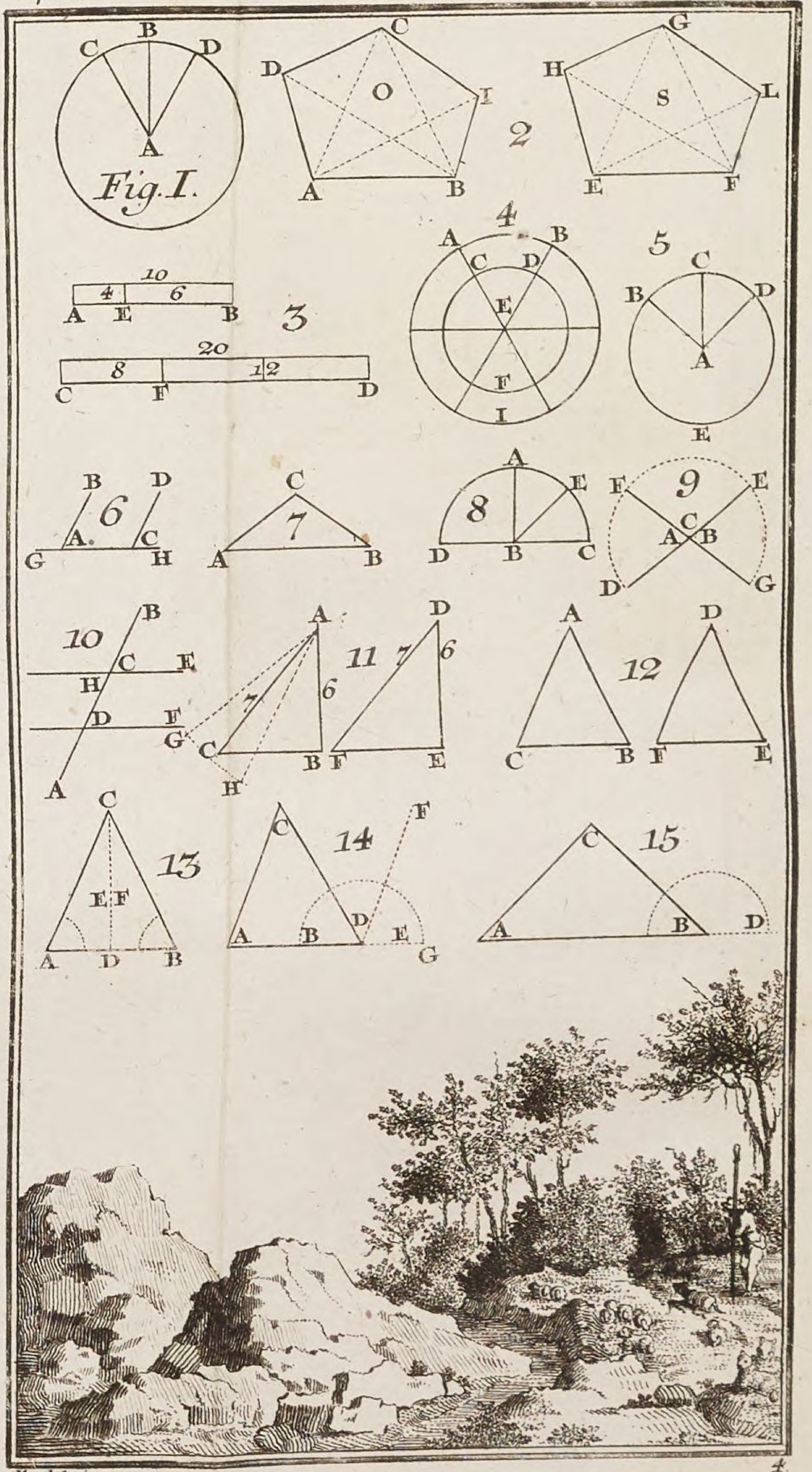
AE,

AE, EB gleich, und die Winkel in E ebenfalls (24. Satz.) und rechte Winkel. (9 Definition 1 Hauptstück.)

Um zur Ausübung zu kommen; so muß man vor allen Dingen ein Lineal, einen Zirkel und einen Transporteur haben, welcher letztere ein halber Zirkel von Horn oder Kupfer gemacht, und in 180 Grade eingetheilet ist.

Drittes

Cap. II. Geometrie de le Clerc. Tab. I.



Chedel inv. 4

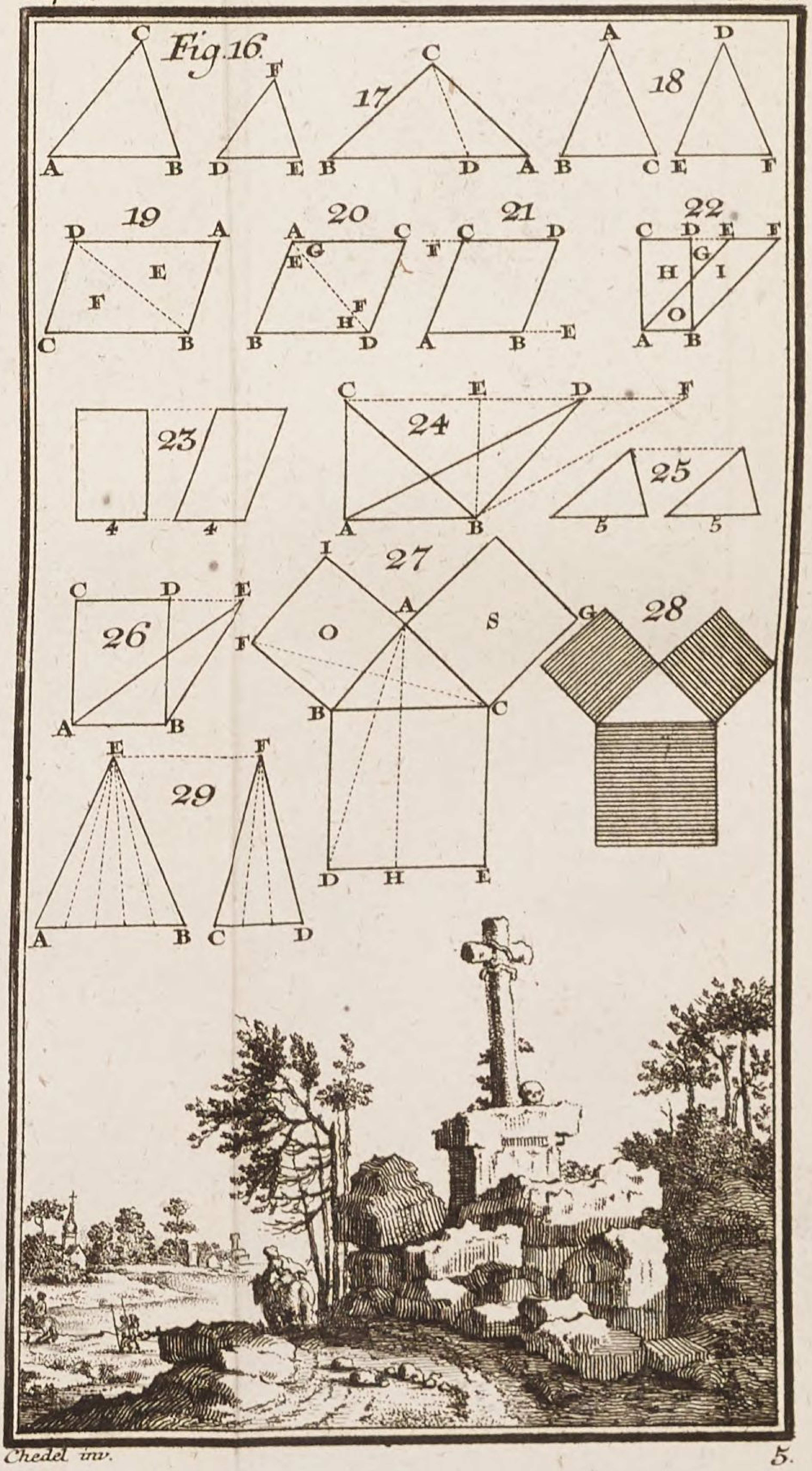
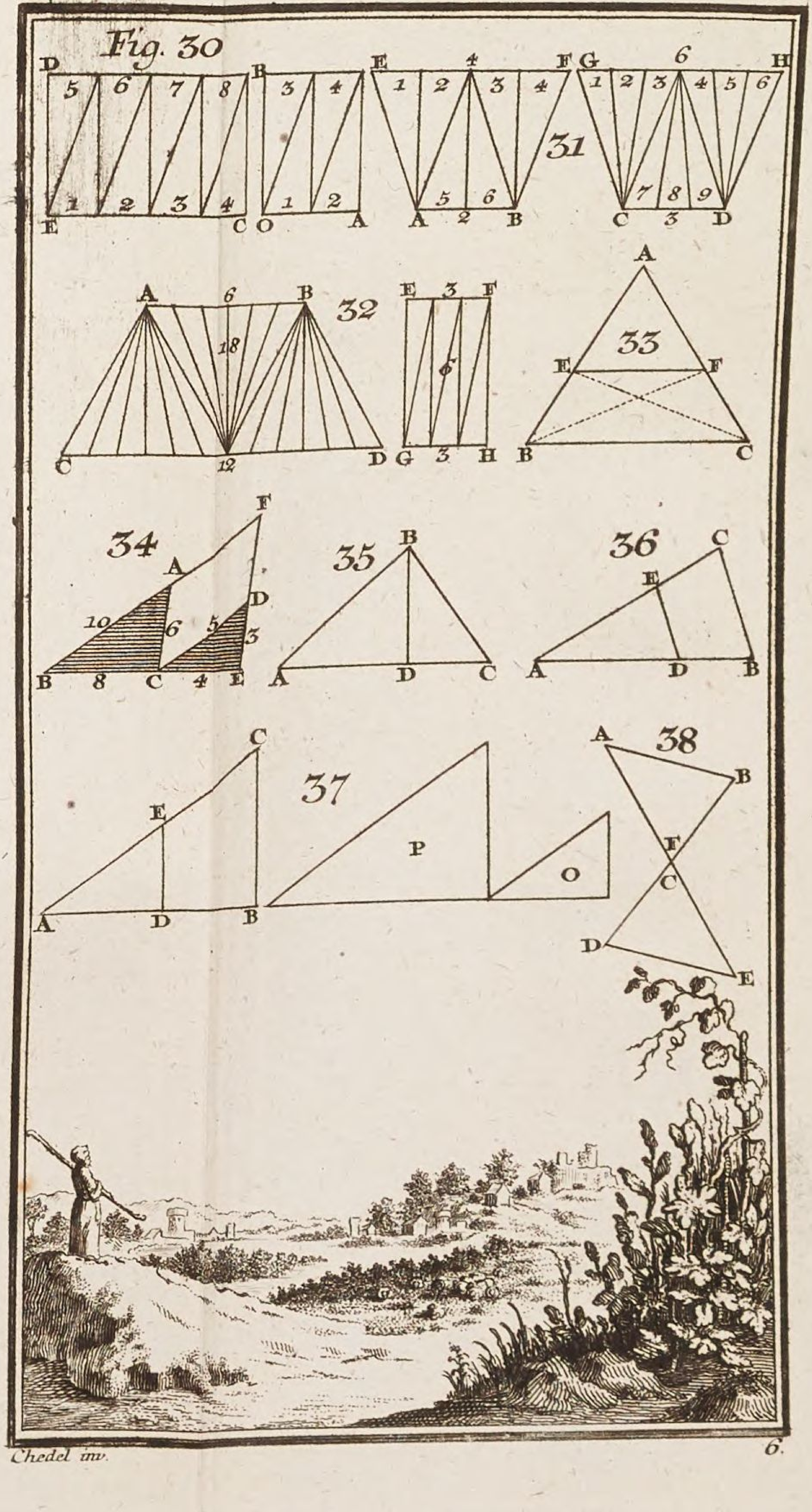
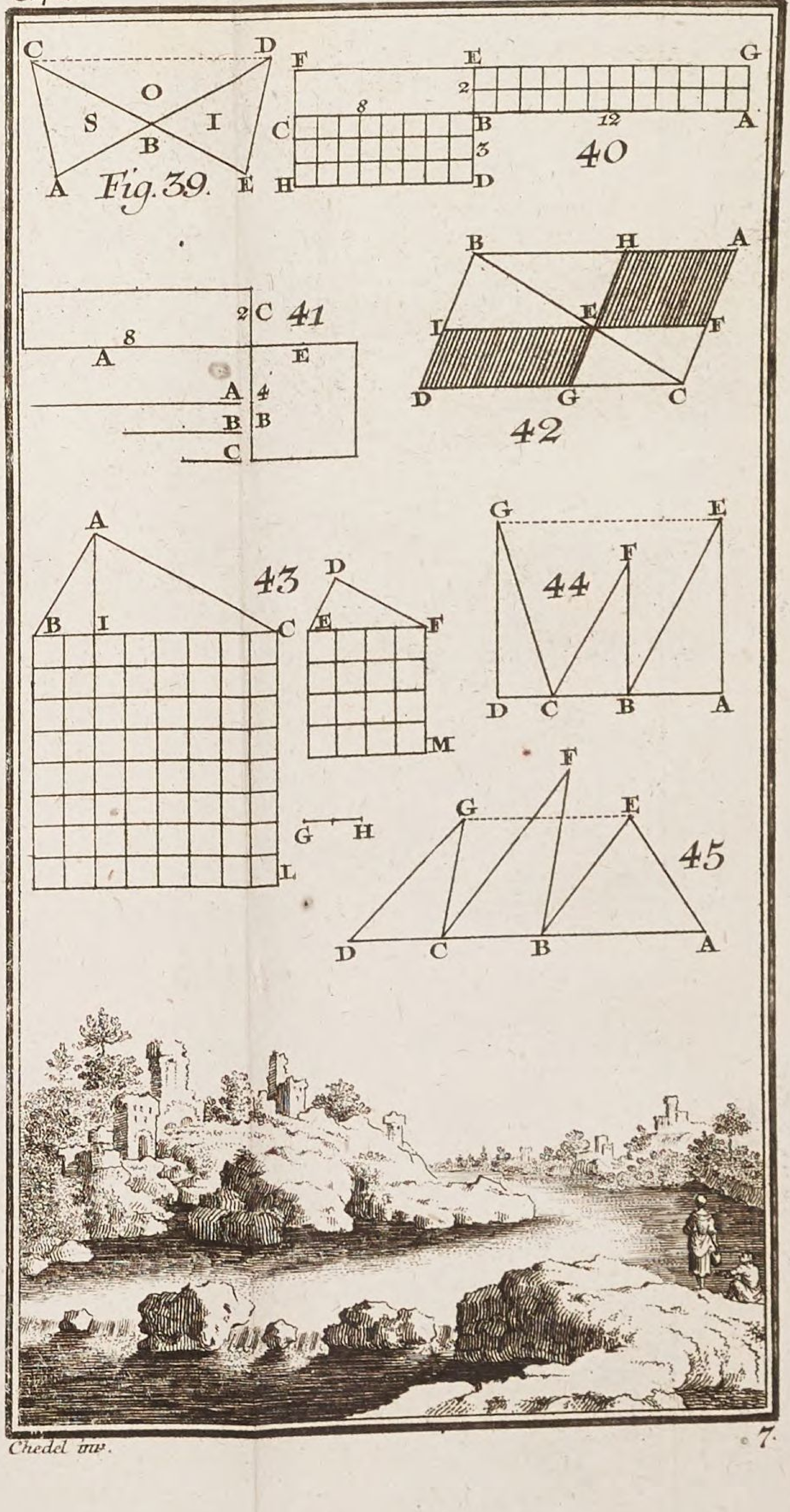


Fig. 16.
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29



Chedel inv.


C D O S I B A E Fig. 39.
F E G 2 8 12 C B A 3 H D 40
2 C 41 8 A E A 4 B B C
B H A I E F D G C 42
A 43 B I C D E F M G H L
G E F 44 D C B A
F G E 45 D C B A

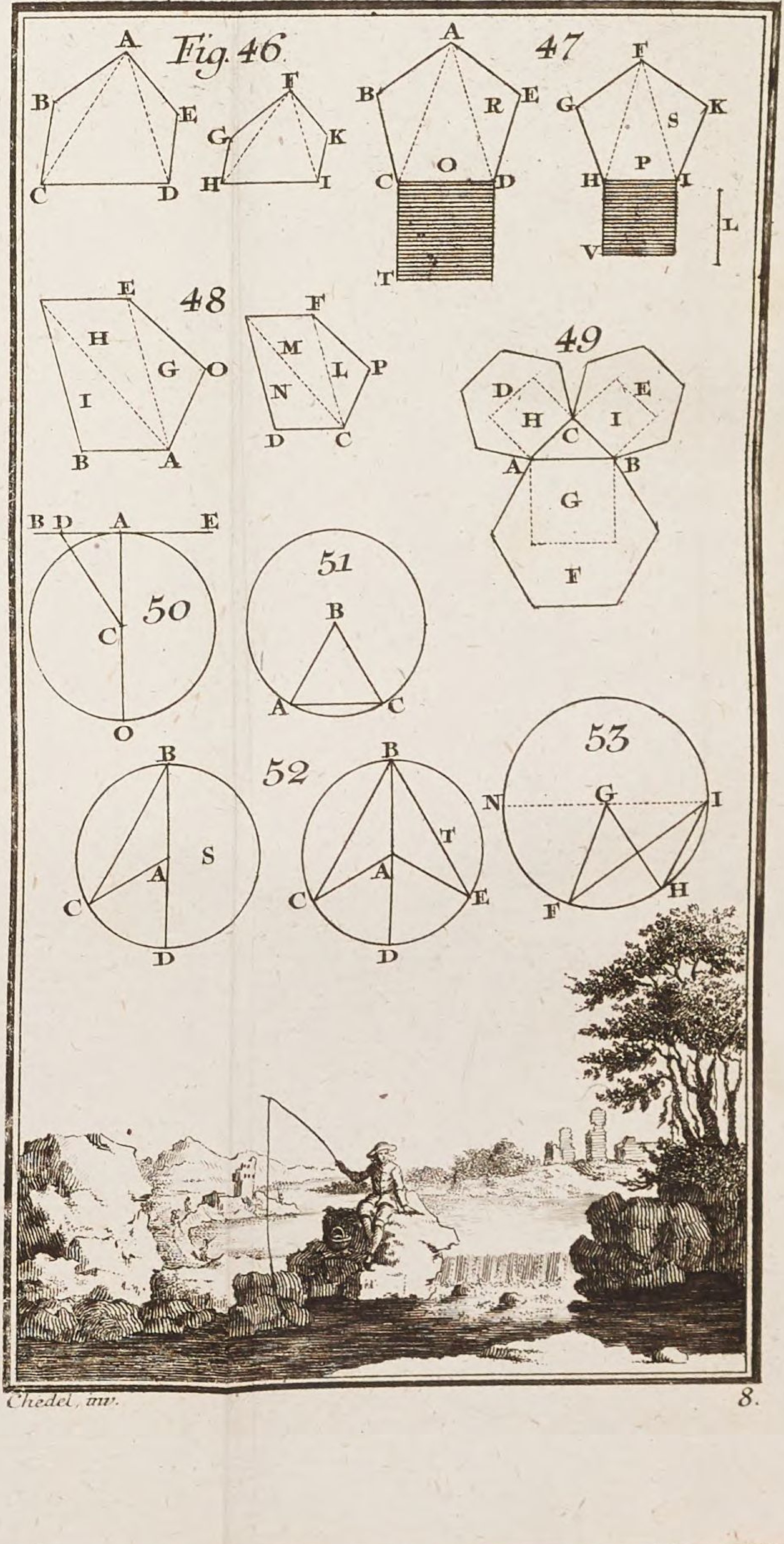
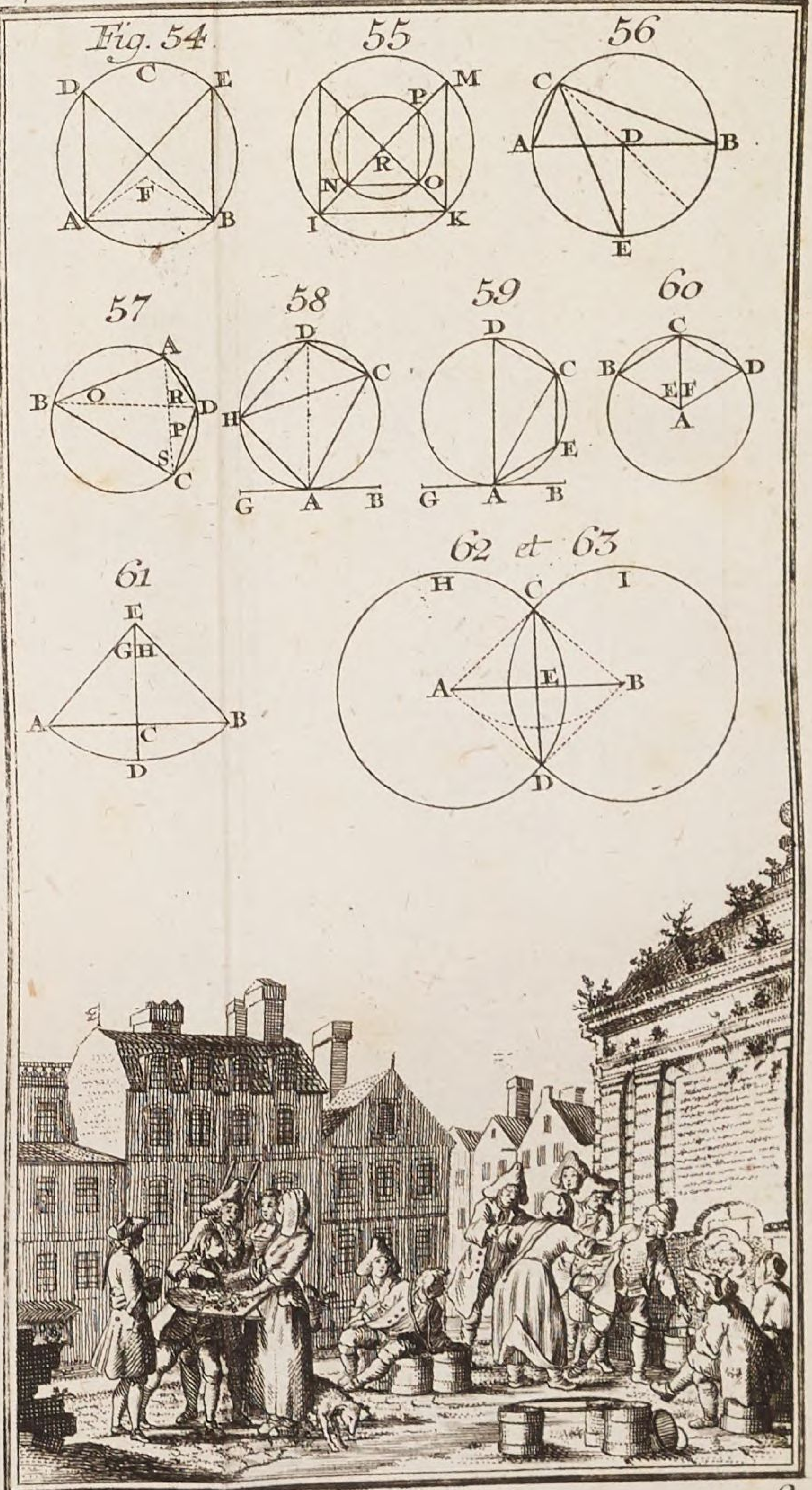


Fig. 46
A B C D E
F G H I K
47
A B C D E R O T
F G H I K S P V
L
48
E H G O I B A
F M L P N D C
49
D E H I C A B G F
50
B D A E C O
51
B A C
52
B C A S D
B T A C E D
53
N G I F H

Chedel, inv.



Cochin fil: inv.

Drittes Hauptstück.

Practic.

Von Linien, Winkeln und Figuren.

Erste Aufgabe.

Eine gerade Linie in zween gleiche Theile zu theilen.

Die Linie AB soll getheilet werden.

Beschreibet aus den Punkten A und B (Fig. 1.) gleichsam als aus zween Mittelpunkten und mit einerley Oeffnung des Zirkels Bogen, die einander durchschneiden.

Ziehet durch ihre Einschneidungspunkte G, H, eine gerade Linie; so wird diese die gegebene Linie in zween gleiche Theile theilen. (84. Satz. 2. Hauptst.)

Zweyte Aufgabe.

Einen Bogen in zween gleiche Theile zu theilen.

Der Bogen AOB wird gegeben. (Fig. 2.)

Beschreibet mit einerley Oeffnung des Zirkels aus den Punkten A und B zween Bogen, die einander durchschneiden, und ziehet durch die Punkte, wo sie sich durchschneiden, G und H, die gerade Linie GH; so wird sie in O den gegebenen Bogen in zween gleiche Theile theilen.

Beweis, daß die gerade Linie GH den Bogen AB in zween gleiche Theile in O theile.

Ziehet die geraden Linien AG, BG, BH; AH, AO, BO.

Die Triangel GAH BGH, haben die Seite GH gemeinschäfftlich, und die Seiten AG, BG; AH, BH gleich; (1. S. II. Hauptst.) folglich sind diese zween Triangel einander ähnlich (23. S. II. Hauptst.) und (nach dem 24. S. des II. Hauptst.) sind ihre Winkel am Punkte G gleich. Da also die Linien AG, BG gleich, wie auch die Winkel AGO und BGO gleich und ähnlich sind; (22. S. 2. Hauptst.) so sind auch die Sehnen AO und BO gleich und (nach S. 80. desselben) auch die Bogen. AO, BO, W. Z. E. W.

Dritte Aufgabe.

Einen rechtlinichten Winkel in zween gleiche Theile zu theilen.

Der Winkel BAC wird gegeben. (Fig. 3.)

Be-

Beschreibet nach Belieben aus dem Punkte A als dem angenommenen Mittelpunkte den Bogen DE. Beschreibet alsdann miteinerley Oeffnung des Zirkels aus den Punkten D, E, die kleinen Bogen, die einander in O durchschneiden.

Ziehet die Linie AO; diese wird den Winkel in zwo gleiche Hälften theilen.

Ziehet die Linien DO, EO.

Die Linien AD, AE, sind gleich: DO, EO sind es auch: (1. S. II. Hauptst.) AO ist den zween Triangeln ADO, AEO, gemeinschäfftlich: und (nach dem 23. S. II. Hauptst.) sind diese Triangel einander ähnlich. (24. S. II. Hauptst.) Ihre Winkel um den Punkt A, die den Seiten DO, EO entgegen gesetzt sind, sind gleich; daher ist der gegebne Winkel in zwo gleiche Hälften getheilet worden.

Vierte Aufgabe.

Aus einem in einer geraden Linie gegebnen Punkte eine Perpendicularlinie aufzurichten.

Man soll aus dem Punkte C eine Perpendicularlinie F auf AB aufrichten. (Fig. 4.)

Setzet einen Fuß des Zirkels in C; und mit dem andern schneidet nach Belieben die gleichen Stücke CD, und CE, ab.

Machet aus den Punkten D, E, den Einschnitt F, d. i. nehmet diese Punkte als zween Mittel-Punkte an, und beschreibet mit einerley Oeffnung des Zirkels die Bogen, die in F einander durchschneiden.

Ziehet CF, diese wird alsdann auf AB perpendicular stehen.

Ziehet DF, und EF.

Die Linien CD, CE sind gleich; DF, EF auch: CF ist gemeinschäfftlich. Folglich (nach dem 23. §. II. Hauptst.) sind die Triangel CDF, CEF ähnlich, und haben gleiche und rechte Winkel am Punkte C; (9. Def. I. Hauptst.) die Linie CF ist also perpendicular. (10. Def. I. Haupst.)

Fünfte Aufgabe.

An dem Ende einer Linie eine Perpendicularlinie aufzurichten.

Die gerade Linie GH wird gegeben, man soll an ihrem Ende G eine Perpendicularlinie aufrichten. (Fig. 5.)

Nehmet einen Punkt Q nach Belieben über GH an. Aus diesem Punkte und dem Zwischenraume QG beschreibet den halben Zirkel IGL.

Ziehet LQI, und die begehrte Linie GI; so wird sie perpendicular seyn.

Der

Der Winkel IGH ist in einen halben Zirkel IGL beschrieben; daher ist es ein rechter Winkel. (77. S. II. Hauptst.)

Sechste Aufgabe.

Eine Perpendicularlinie auf eine gerade Linie herabzulassen.

Man soll aus dem Punkt C, auf die gerade Linie AB eine Perpendicularlinie herab lassen. (Fig. 6.)

Setzet einen Fuß des Zirkels in C, und mit dem andern beschreibet einen Bogen, der die Linie AB durchschneidet, z. E. in D, E.

Aus diesen Punkten D, E, machet, daß sich die Bogen in F durchschneiden.

Ziehet die verlangte Linie CO gegen F zu.

Die Linien CD, CE, DF, EF, OF sind angenommen. Die Triangel CDF, CEF sind gleichwinklicht, (23. S. II. Hauptst.) und die Winkel am Punkte C sind gleich, (24. S. II. Hauptst.) ferner, so sind auch die Triangel OCD, OCE gleichwinklicht, da sie ähnlich sind: (22. S. II. Hauptst.) denn die Linien CD, CE, sind gleich: CO ist gemeinschäftlich, und die Winkel an dem Punkte C sind gleich. Daher (nach dem 24. Satz. II. Hauptstück) sind die Winkel COD und COE gleich und recht, und die Linie CO ist perpendicular (10. Def. I. Hauptstück.)

Siebende Aufgabe.

Eine gerade Linie, die auf beyden Seiten gleiche Winkel machet, über einen rechtlinichten Winkel aufzurichten.

Der Winkel A wird gegeben. (Fig. 7.)

Beschreibet nach Belieben aus dem Punkt A den Bogen BC.

Lasset die aus B, C, gezogenen Bogen einander in D durchschneiden.

Ziehet die verlangte Linie AD.

Die Triangel ACD, ABD sind gleichwinklicht (23. S. II. Hauptst.) daher sind die Winkel CAD, BAD, gleich.

Achte Aufgabe.

Durch einen gegebenen Punkt eine Linie zu ziehen, die mit einer andern parallel ist.

Man soll durch den Punkt A eine Linie ziehen, die der Linie BC parallel ist. (Fig. 8.)

Oeffnet den Zirkel, aus A bis E und beschreibet einen Bogen, der die Linie BC berühret.

Mit eben dieser Oeffnung des Zirkels beschreibet aus einem andern Punkte H, der nach Belieben in der Linie BC angenommen werden kann, den Bogen LI.

Ziehet

Ziehet die begehrte Linie DF, aber so, daß sie, wenn sie durch den Punkt A, der gegeben worden ist, geht, den Bogen IL nicht durchschneidet, sondern nur berührt.

Es ist klar, daß die Linie DF mit BC parallel ist. (nach dem 1. S. II. Hauptst.)

Neunte Aufgabe.

Einen Winkel dem andern gleich zu machen.

Man soll über die Linie AB, und an den Punkt A einen Winkel machen, der CDE gleich ist. (Fig. 9.)

Beschreibet mit beliebiger Oeffnung des Zirkels aus dem Winkel D den Bogen FG.

Mit eben dieser Oeffnung beschreibet aus A den Bogen NM.

Schneidet den Bogen NO dem Bogen FG gleich ab. Ziehet AO; so wird der Winkel BAO dem gegebnen CDE gleich seyn. (14. S. II. Hauptst.)

Zehende Aufgabe.

Den Inhalt eines Winkels durch einen Transporteur, Rapporteur, oder Halbzirkel zu finden.

Der Winkel ABC wird gegeben, um gemessen zu werden. (Fig. 10.)

Leget die Linie des Transporteurs auf AB, so daß der Mittelpunkt desselben genau auf die Spitze des Winkels B paßt; so ist die Anzahl der Grade, die der Bogen DE enthält, der Inhalt von ABC.

Eilfte Aufgabe.

Einen Winkel von so viel Graden als man will, zu machen: z. E.

Es wird gegeben die Linie AB, und an den Punkt B soll ein Winkel von 30 Graden gemacht werden. (Fig. 10.)

Setzet den Halbzirkel an, wie vorher, zu 50 Graden vom Punkt D angerechnet; zeichnet den Punkt E, und alsdann ziehet BE; so habt ihr den verlangten Winkel ABC.

Zwölfte Aufgabe.

Einen gleichseitigen Triangel auf eine gegebne Grundlinie zu beschreiben.

Die Linie AB wird zur Grundlinie gegeben. (Fig. 11.)

Beschreibet aus den Punkten A und B die Bogen AC und BC.

Ziehet die geraden Linien AC und BC; so habt ihr den verlangten Triangel. (1. S. II. Hauptst.)

Drey=

Dreyzehende Aufgabe.

Ein Quadrat auf eine gegebene Grundlinie zu bauen.

Die Linie AB wird zur Grundlinie gegeben. (Fig. 12.)

Richtet die Perpendicularlinie AC auf, (5. S.) und schneidet sie gleich mit AB ab.

Beschreibet aus B und C Bogen, die einander in D durchschneiden.

Ziehet die Linien CD, BD; so habt ihr ein Quadrat.

Die vier Seiten sind gleich abgeschnitten worden, und sind parallel. (nach 39. S. 2. H) Der Winkel A ist ein rechter Winkel, und sein entgegengesetzter D auch. (38. S. II. Hauptst.) So sind auch die Winkel B, C. gleiche und rechte Winkel: die 4 Winkel A, B, C, D gelten vier rechte Winkel (35. S. 2. H.) folglich (nach S. 26. c. 1.) ist CB ein vollkommnes Viereck.

Vierzehende Aufgabe.

Einen gleichseitigen Triangel in einen Zirkel zu beschreiben.

Der Zirkel AF wird gegeben. (Fig. 13.)

Beschreibet aus dem Punkt A, der nach Belieben in der Peripherie angenommen werden kann,

kann, und aus dem Zwischenraume AB, den Bogen CBD.

Ziehet die gerade Linie CD, so ist sie die Grundlinie des verlangten Triangels.

Der Bogen AC ist der sechste Theil der Peripherie (74. §. II. Hauptst.) und der doppelte Bogen CAD ist ein Drittel.

Fünfzehende Aufgabe.

In einen Zirkel ein reguläres Sechseck zu beschreiben.

Nehmet den halben Durchmesser AB, (Fig. 14.) so wird derselbe die ganze Peripherie des Zirkels in sechs gleiche Theile theilen. (74. §. II. Hauptst.)

Sechszehende Aufgabe.

In einen Zirkel ein Quadrat zu beschreiben.

Ziehet den Durchmesser BD durch den Mittelpunkt O, (Fig. 15.)

Beschreibet aus den Punkten B, D, zween Bogen FG, EH, die einander durchschneiden.

Ziehet durch ihre Einschnitte, die gerade Linie AC, diese wird durch den Mittelpunkt O gehen, und mit dem Durchmesser BD vier rechte Winkel machen. (84. §. II. Hauptst.)

Be-

Beschreibet das Quadrat ABCD; so wird es vier gleiche Seiten und vier rechte Winkel haben.

Die Bogen AB, BC, CD, DA, sind gleich, (14. S. II. Hauptst.) daher hat das Quadrat vier gleiche Seiten (80. S. II. Hauptst.) und seine vier Winkel sind rechte Winkel. (77. S. II. Hauptst.)

Siebzehende Aufgabe.

Ein reguläres Achteck in einen Zirkel zu beschreiben.

Ziehet die Durchmesser AB, CD, (Fig. 16.) indem ihr den Zirkel in vier gleiche Theile theilet. (nach dem vorhergehenden.)

Theilet jeden von diesen Theilen in zween andre gleiche (nach S. 2.) und ziehet die Seiten des Achteckes A, E, C, u. s. w.

Die Gleichheit der Seiten ist offenbar (80. S. II. H.) wie auch der Seiten. (76. S. II. Hauptst.)

Achtzehende Aufgabe.

Ein reguläres Vieleck nach Belieben durch Hülfe eines Transporteurs in einen Zirkel zu beschreiben.

Man soll ein Fünfeck in den Zirkel ABC beschreiben. (Fig. 17.)

Theilet

Theilet die Summe der Grade des ganzen Zirkels durch die Anzahl der Seiten des Vieleckes, d. i. dividirt in 360 mit 5 und der Quotient 72 ist der Winkel des Mittelpunkts ABC, den man machen soll (11. S.) um einen Bogen zu kriegen, dessen Sehne AC eine von den Seiten des verlangten Fünfeckes ist.

Neunzehende Aufgabe.

Ein reguläres Sechseck auf eine gegebene Grundlinie zu bauen.

Die Grundlinie AB wird gegeben. (Fig. 18.)

Beschreibet die Bogen BC, AC, aus den Punkten A, B.

Aus dem Punkt C beschreibet den Zirkel ABF, und dieser wird AB sechsmal enthalten. (74. S. II. Hauptst.)

Zwanzigste Aufgabe.

Mit einer gegebenen Seite ein reguläres Zwölfeck zu beschreiben.

Die gerade Linie AB soll die gegebene Seite seyn, (Fig. 19.)

Richtet die Perpendicularlinie CD mitten auf AB auf. (4. Aufg.)

Beschreibet aus B den Bogen AE, und aus E den Bogen AD.

D wird der Mittelpunkt des Zwölfeckes seyn.

Der

Der Winkel ADB ist die Hälfte des Winkels AEB (75. S. II, Hauptst.) AEB ist der Winkel des Mittelpunktes eines Sechseckes, (nach dem vorhergehenden,) daher ist der Winkel ADB der Winkel des Mittelpunkts eines Zwölfeckes; deñ, da der Winkel AEB 60 Grade hat; so hat ADB ihrer 30: und zwölfmal 30 macht 360, den ganzen Inhalt der ganzen Peripherie des Zirkels.

Ein und zwanzigste Aufgabe.

Auf eine gegebene Grundlinie ein Achteck zu beschreiben.

Die Grundlinie AB wird gegeben. (Fig. 20.)

Schneidet AB in dem Punkt C in zween Theile. (1. Aufg.)

Richtet die Perpendicularlinie CE auf (1. Aufg.) beschreibet aus D den halben Zirkel AEB und aus E, den verlangten Zirkel, der AB achtmal enthalten wird.

Der Winkel ADB ist ein rechter (77. S. II. Hauptst.) und AEB ist ein halber rechter. (75. S. II. Hauptst.) Ein rechter Winkel hat 90 Grade (18. S. II. Hauptst.) ein halber rechter aber 45: welches der Inhalt des Winkel am Mittelpunkte eines Achteckes ist, weil achtmal 45, 360 macht.

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

Auf eine gegebne Grundlinie ein reguläres Vielecke nach Gefallen zu beschreiben.

Es soll ein reguläres Fünfeck auf die Grundlinie AB beschrieben werden. (Fig. 21.)

Theilet 360 durch die Anzahl der Seiten des Vieleckes, das gemacht werden soll: d. i. durch 5, und der Quotient 72 wird der Inhalt des Winkels am Mittelpunkt eines Fünfeckes seyn. (18. Aufg.)

Ziehet 72 von 180 ab; so bleiben 108 für den Winkel der Figur BAC; welche ihr nach der eilften Aufgabe machen könnet.

Theilet diesen Winkel BAC in zween Theile durch die Linie A, E. (3. Aufg.)

Machet den Winkel ABE dem Winkel BAE gleich, (9. Aufg.) so wird der Punkt E der Mittelpunkt des Zirkels seyn, in welchen ihr ihr das verlangte Fünfeck beschreiben könnet.

Die Winkel F, G, sind gleich gemacht worden, daher sind die Linien AE, BE gleich, (26. S. II. Hauptst.) und der aus den Punkt E beschriebene Zirkel um die Fläche EA, geht durch den Punkt B. Wenn man dieses weiß; so darf man nur noch zeigen, wie der Winkel AEB 72 Grade habe.

Der Winkel G, der F gleich ist, ist auch dem Winkel H gleich: die zween Winkel H, F, oder der einzige CAB machte 108 Grade aus, also gelten F und G zusammen, eben so viel. Diese 108 von 180 Graden, der Summe der drey Winkel des Triangels

ABE,

ABE, abgezogen; (29. S. II. Hauptst.) so bleiben 72 für den Winkel AEB.

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Ein Siebeneck in einen Zirkel zu beschreiben.

Es wird gegeben der Zirkel BDE. (Fig. 22.) Ziehet den Radius AB, und beschreibet aus B den Bogen DAE.

Ziehet die gerade Linie DE; und ihre Hälfte CD oder DF, die derselben gleich ist, wird bey nahe so lang als eine Seite des Siebeneckes seyn.

Wir werden von dieser und den zwoen folgenden Aufgaben im achten Kapitel reden.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Ein Neuneck in einen Zirkel zu beschreiben.

Ziehet den Radius AB. (Fig. 23.)

Beschreibet aus dem Ende B, und dem Zwischenraume BA den Bogen DAC.

Ziehet die gerade Linie CD, und verlängert sie gegen F. Machet EF mit AB gleich.

Beschreibet aus E den Bogen FG, und aus F, den Bogen EG. Ziehet AG, und der Bogen DH wird bey nahe der neunte Theil der Peripherie des Zirkels seyn.

Fünf

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Ein reguläres Neuneck auf eine gegebene Grundlinie zu beschreiben.

Es wird gegeben die Linie AB zur Grundlinie. (Fig. 24.)

Schneidet AB in C in zween gleiche Theile. Richtet die Perpendicularlinie CF auf. Beschreibet aus B den Bogen AD.

Schneidet in E den Bogen AD in zween gleiche Theile. Beschreibet aus D den Bogen EF; und der Punkt F wird bey nahe der Mittelpunkt des Neuneckes seyn.

Sechs und zwanzigste Aufgabe.

Einen Triangel zu beschreiben, der einem andern gleich und ähnlich ist.

Es soll ein Triangel gemacht werden, der dem Triangel ABC gleich und ähnlich ist. (Fig. 25.)

Ziehet DE gleich der Grundlinie AB.

Beschreibet aus D und dem Zwischenraume AC, den Bogen LM. Aus E aber und dem Zwischenraume BC, den Bogen GH.
Aus F wo sie sich durchschneiden, ziehet die Linien DF, EF, so habt ihr den verlangten Triangel. (23. S. II. Hauptst.)

Sieben

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

Auf eine gegebene Grundlinie einen Triangel zu beschreiben, der einem andern ähnlich ist.

Es wird gegeben AB, auf diese soll ein Triangel gemacht werden, der CDE ähnlich ist. (Fig. 26.)

Machet den Winkel A dem Winkel C gleich, wie auch B dem Winkel D; (9. Aufg.) so wird der dritte Winkel F, dem dritten E gleich, (31. S. II. Hauptst.) und die Triangel einander ähnlich seyn. (55. S. II. Hauptst.)

Acht und zwanzigste Aufgabe.

Eine rechtlinichte Figur zu beschreiben, die einer andern gleich und ähnlich ist.

Es soll eine Figur gemacht werden, wie die gegebene O. (Fig. 27.)

Ziehet EF gleich der Grundlinie AB.

Machet den Triangel EFH dem Triangel ABD ähnlich. (26. Aufg.)

Eben so machet den Triangel EFG dem Triangel ABC ähnlich, und ziehet GH.

Endlich so machet auch den Triangel EFL dem Triangel ABI ähnlich, und wenn ihr GL gezogen; so wird die Figur S der Figur O gleich und ähnlich seyn.

Die Triangel EFH, EFG, sind den Triangeln ABD, ABC, gleich und ähnlich gemacht worden: wenn man also von den gleichen Winkeln DAB, HEF, die gleichen BAC, FEG, wegnimmt; so bleiben die Winkel DAC, HEG, übrig und sind gleich. Und weil die Seiten AD, AC, den Seiten EH, EG gleich sind; so sind die Triangel ADC, EHG auch gleich und ähnlich. (22. S. II. Hauptst.)

Eben daher sind auch die Triangel ACI, BIC, den Triangeln EGL, FGL, gleich und ähnlich. Daher sind die Figuren O, S, gleich und ähnlich. (68. S. II. Hauptst.)

Neun und zwanzigste Aufgabe.

Auf eine gegebne Grundlinie eine Figur zu beschreiben, die einer andern ähnlich ist.

Es wird gegeben AB, und es soll eine Figur beschrieben werden, die der Figur MI ähnlich ist. (Fig. 28.)

Ziehet die Diagonallinie CE, und beschreibet auf die Grundlinie AB den Triangel L, der dem Triangel M ähnlich sey. (27. Aufg.)

Beschreibet auch auf BG den Triangel N, dem Triangel I ähnlich; so wird die vierseitige Figur LN der vierseitigen Figur MI ähnlich seyn. (68. S. II. Hauptst.)

Dreyßig-

Dreyßigste Aufgabe.

Eine Figur, die einer andern ähnlich ist, durch Hülfe des Maaßstabes zu machen.

Man soll mit dem Maaßstabe O eine Figur machen, die der Figur FC ähnlich ist, die durch den Maaßstab P, gemessen worden ist. (Fig. 29.)

Die Grundlinie FC enthält 9 Theile ihres Maaßstabes P.

Nehmet auch 9 Theile von dem Maaßstabe O, und traget sie auf die Grundlinie AB u. s. w. (28. Aufg.)

Ein und dreyßigste Aufgabe.

Den Mittelpunkt eines Zirkels zu finden.

Der Zirkel ABC wird gegeben; man soll seinen Mittelpunkt finden. (Fig. 30.)

Ziehet nach Gefallen die gerade Linie AB, und theilet sie durch die Perpendicularlinie CE, (1. Aufg.) in zween gleiche Theile.

Theilet auch EC in zween gleiche Theile, und das Mittel O, ist der Mittelpunkt des Zirkels.

Die Perpendicularlinie CE geht durch den Mittelpunkt des Zirkels, (83. S. II. Hauptst.) der Mittelpunkt des Zirkels aber, kan nirgends anderst seyn, als in der Mitte O.

Zwey und dreyßigste Aufgabe.

Einen angefangenen Zirkel zu vollführen, von dem man den Mittelpunkt nicht hat.

Der Bogen ABC ist der Anfang eines Zirkels, den man ganz machen soll.
(Fig. 31.)

Nehmet in dem gegebnen Bogen drey Punkte an nach Belieben z. E. A, B, C.

Beschreibet aus A und B, mit einerley Oeffnung des Zirkels, die Bogen, welche sich in D und E durchschneiden, und ziehet die gerade Linie DE.

Beschreibet aus B und C zween andre Bogen, und ziehet durch P und G, wo sie sich durchschneiden, die gerade Linie PG. Vollführet den angefangenen Zirkel aus dem Punkt I, wo die geraden Linien PG, DE, einander durchschneiden, und dem Zwischenraume IA.

Die geraden Linien AB, BC, welche voraus gesetzt sind, werden jegliche in zween gleiche Theile getheilet, mit rechten Winkeln durch die geraden Linien PI, EI. (84. S. II. Hauptst.) Jede Linie, PI und EI, gehen durch den Mittelpunkt des Bogens ABC, (83. S. II, Hauptst.) daher ist derselbe in dem gemeinschäftlichen Punkt I, und der Bogen AHC, welcher dadurch beschrieben worden, macht einen vollkommenen Zirkel ABC.

Drey

Drey und dreyßigste Aufgabe.

Das Mittel zwischen drey Punkten zu finden, oder einen Zirkel durch drey Punkte, welche nicht in einer geraden Linie sind, zu beschreiben.

Es werden die Punkte A, B, C, gegeben, durch die eine gerade Linie nicht geführet werden kann. (Fig. 31.)

Suchet den Mittelpunkt dieser Punkte nach der vorhergehenden Aufgabe.

Vier und dreyßigste Aufgabe.

Eine gerade Linie zu ziehen, welche einen Zirkel in einem gegebenen Punkte berührt.

Es wird der Punkt A gegeben/ durch welchen man eine Linie ziehen soll/ die den Zirkel, ohne ihn durchzuschneiden, berührt. (Fig. 32.)

Ziehet aus dem Mittelpunkte des Zirkels durch A, die Linie DF.

Richtet auf DF die Perpendicularlinie AE auf, so habt ihr die verlangte berührende (72. §. II. Hauptst.)

Fünf und dreyßigste Aufgabe.

Den Punkt zu finden, in welchem eine gerade Linie einen Zirkel berührt.

Man will den Punkt wissen/ in welchem die gerade Linie CE den Zirkel berührt/ der über derselben ist. (Fig. 32.)

Lasset aus dem Mittelpunkte des Zirkels D auf CE die Perpendicularlinie DA herunter (6. Aufg.) so wird der Punkt A der verlangte Punkt seyn. (73. S. II. Hauptst.)

Sechs und dreyßigste Aufgabe.

Auf eine gerade Linie einen Zirkelabschnitt zu beschreiben, der einen Winkel enthält, der einem gegebenen gleich ist.

Man soll auf die gerade Linie AB einen Zirkelabschnitt machen, der einen dem Winkel C gleichen Winkel enthalte. (Fig. 33.)

Machet den Winkel BAD dem Winkel C gleich. (9. Aufg.) Richtet auf AD die Perpendicularlinie AG auf. (4 oder 5. Aufg.)

Theilet AB in zween Theile, und aus der Mitte H richtet die Perpendicularlinie HF auf.

Beschreibet aus F den Bogen AGB, und ziehet BG. So ist der Winkel G, der im Segment AGB begriffen ist, dem gegebnen Winkel C gleich. Ziehet die Linie BF.

Erstlich haben die Triangel HBF, HAF, die Seite FH gemeinschäfftlich, die Grundlinien BH, AH gleich,

und

und die Winkel zwischen beyden gleich, weil sie rechte Winkel sind, folglich sind FA, FB. (nach dem 22. S. des II. Hauptst.) gleich; der aus F und dem Zwischenraume FA beschriebne Zirkel geht also durch den Punkt B, und das Segment AGB ist auf AB beschrieben worden.

2. Die Linie AD berührt den Zirkel in A. (73. 79. S. II. Hauptst.) Der Winkel G ist dem Winkel BAD und folglich auch dem Winkel C gleich.

Sieben und dreyßigste Aufgabe.

Ein reguläres Vieleck, dessen Centralwinkel gegeben wird, auf eine Linie zu beschreiben.

Der Winkel C ist der Winkel am Mittelpunkte eines Fünfeckes, welches man auf die Linie AB machen will. (Fig. 34.

Machet den Winkel ABD, dem gegebenen C gleich. (9. Aufg.)

Theilet ihn durch BE in zween Theile. (3. Aufg.)

Richtet auf BE, die Perpendicularlinie BF auf. (5. Aufg.)

Machet den Winkel A dem Winkel B gleich.

Beschreibet aus F den Zirkel AGB, und dieser wird die Linie AB fünfmal enthalten.

Um dieses zu beweisen, darf ich nur zeigen, daß der Centralwinkel AFB dem gegebnen C gleich sey.

Der Winkel G ist die Hälfte des Winkels F. (75. S. II. Hauptst.) Der Winkel ABE ist ebenfalls zur Hälfte des Winkels ABD groß gemacht worden. Diese Winkel nun G und ABE sind gleich; (79. S. II. Hauptst.) folglich ist der Winkel F dem Winkel ABD und mitthin auch dem Winkel C gleich, welchem ABD gleich gemacht worden ist.

Acht und dreyßigste Aufgabe.

Von einem Zirkel ein Segment abzuschneiden, das einen Winkel enthält, der so groß ist, als ein gegebener.

Man soll vom Zirkel E einen Abschnitt machen, der einen Winkel enthält, der dem Winkel D gleich ist. (Fig. 35.)

Ziehet den Radius AB, und die Perpendicularlinie AF. Machet den Winkel FAC dem Winkel D gleich; so wird AEC, das verlangte Segment seyn.

Man nehme einen Punkt nach Belieben in dem Bogen AEC an, z. E. den Punkt E. Und wenn man dann den Winkel AEC macht; so wird er CAF gleich seyn 79. S. II. Hauptst.) und folglich auch dem gegebenen Winkel D.

Neun

Neun und dreyßigste Aufgabe.

Einen Triangel, der einem andern ähnlich ist, in einen Zirkel zu beschreiben.

Man soll in den Zirkel P einen Triangel beschreiben, der dem gegebnen O ähnlich ist. (Fig. 36.)

Ziehet die berührende Linie GH, durch einen Punkt wie A. (34. Aufg.)

Machet den Winkel GAB dem Winkel E gleich, und den Winkel HAC gleich D.

Ziehet die gerade Linie BC; so ist der Triangel ABC dem Triangel O ähnlich.

Der Winkel C ist dem Winkel BAG oder E gleich. B aber ist dem Winkel CAH oder D gleich, (79. S. II. H.) der Winkel A ist dem Winkel F gleich, (31. S. II. Hauptst.) folglich ist der in den Zirkel beschriebene Triangel dem gegebnen O ähnlich. (55. S. II. H.)

Vierzigste Aufgabe.

Einen Zirkel in einen Triangel zu beschreiben.

Es wird der Triangel ABC gegeben. (Fig. 37.)

Ziehet die Linien BD, CD, und theilet durch sie die Winkel ABC, ACB, jeden in zween gleiche Theile. (3. Aufg.)

Lasset aus dem Einschnittspunkte D, die Perpendicularlinie DF herab; (6. Aufg.) so ist sie der Radius des Zirkels.

Ziehet DG auf AB perpendicular, und DE auf AC.

In den Triangeln BDG, BDF, sind die Winkel G, F gleich; weil sie rechte Winkel sind: die Winkel H, I sind auch gleich, da der Winkel GBF in zween gleiche Hälften getheilet wird: die Seite BD ist gemeinschäfftlich. Folglich sind diese Triangel (34. S. II. Hauptst.) in allen ihren Theilen einander gleich, und DG ist gleich DF. (24. S. II. Hauptst.)

Aus eben dem Grunde ist DE gleich DF, daher geht der aus dem Punkte D und dem Zwischenraume DF, beschriebene Zirkel durch die Punkte G, E, und berührt die drey Seiten des Triangels ohne sie durchzuschneiden. (72. S. II. Hauptst.)

Ein und vierzigste Aufgabe.

Einen Zirkel um einen Triangel zu beschreiben.

Es wird gegeben der Triangel D. (Fig. 38.)

Suchet den Mittelpunkt der drey Punkte A, B, C. (33. Aufgabe.)

Zwey und vierzigste Aufgabe.

Um einen Zirkel einen Triangel zu beschreiben, der einem gegebenen ähnlich ist.

Man

Man soll um den Zirkel FIH einen Triangel machen, der dem Triangel B ähnlich ist. (Fig. 39.)

Verlängert die Grundlinie AC auf beyden Seiten. Ziehet den Radius GF, und machet den Winkel S dem Winkel C gleich.

So machet auch den Winkel G dem Winkel A gleich. Ziehet durch die Punkte F, I. H, die berührenden Linien LM, MN, LN; (34. Aufg.) so habt ihr dadurch den verlangten Triangel.

Die Winkel der vierseitigen Figur FSHN sind gleich vier rechten, (35. S. II. Hauptst.) die Winkel SFN, SHN sind zu rechten Winkeln gemacht worden; daher machen die entgegengesetzten S, N, zusammen genommen, zween rechte.

Die Winkel P, C, sind auch gleich zween rechten, (18. S. II. Haupst.) und der Winkel S, ist dem Winkel C gleich gemacht worden. Folglich ist N gleich P.

Eben so ist L dem Winkel O, und M dem Winkel E gleich, (31. S. II. Hauptst.) folglich ist der Triangel LMN ähnlich B. (55. S. II. Hauptst.)

Drey und vierzigste Aufgabe.

Ein Quadrat um einen Zirkel zu beschreiben.

Es wird der Zirkel ABC gegeben. (Fig. 40.)

Ziehet

Ziehet die Durchmesser AB, CD, die in rechten Winkeln einander durchschneiden.

Ziehet durch die Punkte A, B, C, D; HE, GF, EF, GH parallel mit den Durchmessern AB, CD; (8. Aufg.) so habt ihr das verlangte Quadrat, das seine gleiche Seiten und seine rechte Winkel hat; und den Zirkel, ohne ihn irgendwo zu durchschneiden, mit allen vier Seiten berührt.

Die Seiten EH, GF sind dem Durchmesser AB: EF aber und GH dem Durchmesser CD gleich, (38. S. II. Hauptst.) die Durchmesser sind gleich, mitthin sind auch die vier Seiten des Quadrates gleich.

Die Winkel am Mittelpunkt I sind rechte Winkel, und ihre entgegengesetzten E, F, G, H, auch; (38. S. II. Hauptst.) der Winkel HDI ist ein rechter Winkel wie sein Wechselwinkel I: (20. S. II. Hauptst.) folglich berührt EH den Zirkel ohne ihn durchzuschneiden. (72. S. II. Hauptst.) Eben so kann man es auch von den andern Seiten beweisen.

Vier und vierzigste Aufgabe.

Ein reguläres Vieleck um einen Zirkel zu beschreiben.

Man soll ein reguläres Fünfeck um den Zirkel ABD beschreiben. (Fig. 41.)

Beschreibet in dem Zirkel ein Fünfeck ACD. (18. Aufg.) Ziehet FP und theilet AB damit in

zween

zween Theile. Ziehet AP perpendicular auf AF. (5. Aufg.) Beschreibet den Zirkel POS, und verlängert PA bis in G. Die gerade Linie PG wird eine Seite des verlangten Fünfeckes seyn.

Die Triangel NAF, NBF, haben gleiche Seiten. Daher sind sie ähnlich, (23. S. II. Hauptst.) und ihre Winkel L, M, sind gleich. (24. S. II. Hauptst.)

In den Triangeln AFP, AFG, sind die Winkel um den Punkt A rechte; die Seite AF ist gemeinschäfftlich, und die Seiten FP und FG sind gleich abgeschnitten worden. Daher sind es AP und AG auch, (22. S. II. Hauptst.) und der Winkel K ist gleich dem Winkel M und folglich auch dem Winkel L.

Da die drey Winkel am Mittelpunkte F, gleich sind; so ist der Winkel PFG, der aus zween besteht, gleich dem Winkel BFA, der auch aus zween zusammengesetzt ist: der Bogen PG ist der fünfte Theil seines Zirkels, wie AB der fünfte Theil des seinigen ist. (13. S. II. Hauptst.) Das übrige ist klar.

Fünf und vierzigste Aufgabe.

Eine gerade Linie in so viel gleiche Theile, als man will, zu theilen.

Man soll die Linie AB in drey gleiche Theile theilen. (Fig. 42.)

Beschreibet aus A den Bogen BC nach beliebiger Grösse.

Be-

Beschreibet auch aus B den Bogen AD, und machet ihn gleich BC.

Traget mit der ersten Oeffnung des Zirkels aus A auf AC, drey gleiche Theile, A e, f, g.

Mit der nämlichen Oeffnung aus B traget auf BD, die drey Theile B h, j, o.

Ziehet die Linien fh, ej; so werden sie AB nach Verlangen theilen.

Wir haben die Wechselwinkel CAB, DBA gleich gemacht. Daher sind die Linien AC, BD, parallel (21. S. II. Hauptst.) Ae, oi sind also gleich und parallel, und Ao, ei, welche auf sie fallen, sind auch parallel. (36. S. II. Hauptst.) Eben dieses läßt sich von den Linien ej, fh, gB beweisen.

Die Linien Bg, Mf, Le sind parallel, und AB wird so getheilet wie Ag, (51. S. II. Hauptst.) Die Theile von Ag sind gleich abgeschnitten worden. Folglich sind die Theile von AB auch gleich.

Sechs und vierzigste Aufgabe.

Andre Art eine Linie zu theilen.

Man soll AB in vier gleiche Theile theilen. (Fig. 43.)

Ziehet die Linie CD parallel mit AB.

Traget aus C auf CD vier gleiche Theile 1, 2, 3, 4.

Ziehet

Ziehet AC, BD, und verlängert sie bis in E, wo sie zusammen stossen.

Führet aus E, durch die Theilungen 1, 2, 3, Linien: so werden sie AB in vier gleiche Theile theilen.

Da CD, AB parallel sind; so sind die Triangel CDE, ABE ähnlich, (57. §. II. Hauptst.) und werden einer wie der andre durch ähnliche Triangel dividirt. (57. §.) Die Grundlinien derselben auf CD sind gleich gemacht worden; daher sind die Grundlinien der Triangel auf AB (70. §. II. Hauptst.) auch gleich, daher ist AB wie CD in gleiche Theile getheilet worden.

Sieben und vierzigste Aufgabe.

Verschiedene ähnliche Maaßstäbe von ungleichen Längen zu machen.

Man will drey Maaßstäbe machen, jeden von 60 gleichen Theilen, den ersten so lang wie D, den andern in der Länge wie E, den dritten wie G.
(Fig. 44.)

Ziehet eine Linie, AO, so lang als ihr wollt.

Traget auf dieselbe mit einer Oeffnung des Zirkels 10 kleine gleiche Theile AC.

Traget

Traget AC sechsmal auf die nämliche Linie AO, und über diese 6 Theile AB machet den gleichseitigen Triangel ABF. (12. Aufg.)

Verlängert FA in R, und FB in Y.

Ziehet aus F Linien durch alle Theilpunkte von AB.

Endlich machet FL, FI gleich D: FM, FN gleich E: FP, FS gleich G, so sind die Linien LI, MN, PS die verlangten Maaßstäbe.

Der Triangel ABF ist gleichseitig gemacht worden, und LIF ist ihm ähnlich (58. S.) folglich wie AB gleich AF ist, so ist auch LI gleich LF oder D; und diese Linie LI ist wie AB getheilt worden, (nach der vorherg. Aufg.)

Acht und vierzigste Aufgabe.

Eine Linie in verschiedne Theile zu theilen, welche sich unter einander wie Theile einer andern Linie verhalten, z. E.

Man soll AB in vier gleiche Theile theilen, welche sich untereinander verhalten wie die vier Theile der Linie CD. (Fig. 45.)

Ziehet nach Belieben die Linie AH, daß sie mit AB einen Winkel macht.

Schneidet

Schneidet die Theile AILMH den Theilen CEFGD gleich ab.

Ziehet BH, ihre Parallelen MN, LO, IP, und AB würde wie AH, oder CD, die ihr gleich ist, eingetheilt seyn. (51. S. II. Hauptst.)

Neun und vierzigste Aufgabe.

Zu zwo gegebnen Linien die dritte proportionale zu finden.

Man verlangt eine Linie, die sich verhält zur Linie B, wie die Linie B zu A. (Fig. 46.)

Machet nach Belieben den Winkel DNE.

Machet NH der Linie A gleich, und NO gleich B, und ziehet die Linie HO.

Schneidet auch DH gleich NO, ab, und ziehet DE parallel mit HO.

Die Linie EO wird die verlangte seyn.

Da die Linien DE, HO, parallel sind; so verhält sich NH zu DH, oder A zu B, welche jenen gleich sind, eben so wie NO, oder die ihr gleiche Linie B zu OE. (51. S. II. Hauptst.)

Funfzigste Aufgabe.

Zu drey gegebnen Linien die vierdte proportionale zu finden.

Es werden die Linien A, B, C gegeben, zu welchen man die vierte proportionale finden soll. (Fig. 47.)

Machet nach Belieben den Winkel GDH.

Machet DE gleich A, EG gleich B, DF gleich C, und ziehet die Linie EF.

Ziehet GH parallel mit EF und FH wird die verlangte seyn.

DE oder die ihr gleiche A verhält sich zu EG oder B ihrer gleichen, eben so, wie sich verhält DF, oder C, die ihr gleich ist, zu FH. (51. S. II. Hauptst.)

Ein und funfzigste Aufgabe.

Eine mittlere Proportionallinie zu finden.

Man soll zwischen den Linien A und B eine mittlere finden. (Fig. 48.)

Ziehet eine gerade Linie CD.

Schneidet CE, CD, den gegebnen Linien A, B, gleich ab.

Theilet CD in L in zween gleiche Theile.

Aus L beschreibet den halben Zirkel CFD.

Die Perpendicularlinie EF wird die verlangte mittlere Linie seyn. Ziehet CF und DF.

Der Winkel CFD ist ein rechter Winkel; (56. 57. S. II. Hauptst.) die Triangel M, N, sind gleichwinklicht: also verhält sich in dem ersten Triangel die mittlere Seite CE, zur kleinen EF, wie sich verhält in dem andern die mittlere EF zur kleinen ED. (53. S. II. H.) EF also ist die mittlere proportionale Linie zwischen den beyden äussern CE, ED, oder ihren gleichen Linien A, B.

Zwey und funfzigste Aufgabe.

Andere Art eine mittlere proportionale Linie zu finden.

Man verlangt zwischen den beyden Linien AB, AC, eine mittlere proportionale. (Fig. 49.)

Beschreibet den halben Zirkel AEB.

Richtet die Perpendicularlinie CE auf.

Die Linie AE oder die ihr gleich ist AD, wird unter den gegebnen Linien AB, AC, die mittlere proportionale seyn.

Der Triangel ABE ist rechtwinklicht; (77. S. II. Hauptst.) der Triangel ACE ist ihm ähnlich; (56. S. II. Hauptst.) AC verhält sich also zu AE im Triangel R, wie AE zu AB im Triangel AEB: (53. S. II. Hauptst.) und wie also AC zu AE; so ist AE, oder AD, die ihm gleich ist, zu AB.

Drey und funfzigste Aufgabe.

Von einer gegebnen Linie ein Stück abzuschneiden, welches zwischen dem Reste der Linie und einer andern die mittlere proportionale Linie ist.

Man soll von der Linie AC ein Stück CI abschneiden, welches zwischen dem Rest AI, und der Linie CB die mittlere proportionale Linie ist. (50. Fig.)

Beschreibet auf die gerade Linie ACB den halben Zirkel ADB.

Richtet die Perpendicularlinie CD auf.

Schneidet BC in O in zween Theile.

Aus diesem Punkt O beschreibet den Bogen DI.

Die Linie CI wird die mittlere proportionale seyn zwischen AI und CB.

Machet CF, CE, gleich CO, CB gleich CI; FG gleich FH, darnach machet die Rectangula ACLR, GOMS, und das Quadrat CP.

Die Linie FH ist gleich OI, und OI ist mit OD gleich gemacht worden, folglich ist auch FH gleich FD, und der aus F dem Mittelpunkte und dem Zwischenraume FH beschriebne Zirkel geht durch den Punkt D.

Die

Die Linie CD ist die mittlere proportionale zwischen AC und CB, so wie auch zwischen GC, und CH; (51. S.) also ist auch das Quadrat CP, dem Rectangulo CS, von der ersten GC und dritten CH begriffen, gleich, wie auch dem Rectangulo CR, zwischen den äussern Linien AC, CB begriffen; (64. S. II. Hauptst.) folglich sind (3. S.) die Rectangula CS, CR gleich: und AC verhält sich zu CM, oder CI, die ihr gleich ist, wie CG zu CL oder CE die ihr gleich ist. (63. S.) Ferner ist AI zu IC wie GE zu EC oder CB, die ihr gleich ist. (12. S. II. Hauptst.) Folglich ist GE gleich IC, denn IC ist gleich CH, wie CH gleich EG ist: wie sich also verhält AI zu IC; so verhält sich auch IC zu CB.

Vier und funfzigste Aufgabe.

Zwischen zwoen gegebnen, zwo mittlere Linien zu finden, so daß alle vier in einer hafftenden Proportion sind.

Man soll zwischen den zwo Linien AC, AB, zwo mittlere proportionale Linien erfinden. (Fig. 51.)

Machet das Rectangulum ABCD, und verlängert CA gegen E, BA gegen G, und BD gegen F.

Ziehet die Diagonallinien AD, BC.

Beschreibet aus O den halben Zirkel EGF, so daß eine durch die Einschnittspunkte G, F, gezogene gerade Linie den Winkel C berühre.

So werden AG, AE die verlangten mittlern Linien seyn.

Ziehet die Linien OE, OF, EG, BE.

Die rechtwinklichten Triangel ABD, ABC haben die Seiten AB, CD gleich und einerley Grundlinie BD: folglich sind sie ähnlich, (22. S. II. Hauptst.) und der Winkel OBD ist gleich dem Winkel ODB. (24. S. II. Hauptst.) Folglich ist der Triangel BDO (26. S.) gleichschenklicht, und seine Seiten BO, DO sind gleich.

Um gleicher Ursache willen sind auch die Triangel ABC ABD einander ähnlich; ihre Winkel ABC, BAD, sind gleich; der Triangel ABO ist gleichschenklicht; und BO ist gleich AO sowohl als DO.

Die Linien AO, DO sind also gleich: OE und OF sind es auch, da sie Radii des Zirkels EGF sind: und da die Diagonallinie AD auf die Parallellinien EC, BF fällt; so macht sie die Wechselwinkel EAO, ODF gleich. (20. S. II. Hauptst.) Mithin sind die Triangel OAE, ODF, gleich und ähnlich, (22. S. II. H.) und da ihre Winkel am Punkte O gleich sind; so machen OE, OF, (nach dem 19. Satze) nur eine gerade Linie, welche der Durchmesser des Halbzirkels EGF ist.

Der Winkel EGF ist ein rechter, (77. S. II. Hauptst.) und wenn man über CE einen halben Zirkel beschreibet; so wird er durch G gehen; folglich sind die Triangel ACG, AGE gleichwinklicht, (56 und 51. S. II. Hauptst.) und die Perpendicularlinie AG ist

die

die mittlere proportionale Linie zwischen den Linien AC, AE.

Die Linien DC, DF, welche mit den Linien AG, AC parallel sind, machen die Winkel DCF, DFC die den Winkeln AGC, ACG gleich sind; (15. S. II. Hauptst.) folglich ist der Triangel DCF dem Triangel ACG ähnlich. (31. S. II. Hauptst.)

Von den Triangeln OAE, ODF ist bewiesen worden, daß sie gleich und ähnlich sind: mithin ist AE und DF gleich; AB und DC sind es auch: (38. S. II. H.) und weil die Winkel EAB, CDF rechte Winkel sind; so ist der Triangel EAB ähnlich dem Triangel CDF; (22. S. II. Hauptst.) und mithin auch den Triangeln GAC, EAG, von welchen bewiesen worden ist, daß sie CDF gleich sind.

Der Winkel BEG ist also ein rechter Winkel, denn er ist aus BEA und AEG zusammen gesetzt, welche den Winkeln EGA, AGC gleich sind, die den rechten Winkel EGC ausmachen. Folglich ist die Linie AE, die mittlere proportionale zwischen AB und AG, so wie es AG ist zwischen AE und AC. (51. Aufg.) Wie sich folglich verhält AB zu AE; so verhält sich AE zu AG und AG zu AC.

Fünf und funfzigste Aufgabe.

Auf eine gegebne Länge eine Eylinie zu beschreiben.

Die Linie AB (Fig. 52.) sey die Länge einer zu beschreibenden Ovallinie.

Theilet AB in drey gleiche Theile AGDB.

Beschreibet aus G und D die Zirkel AOD, GHB.

Ziehet die geraden Linien FGO, EDH.

Beschreibet aus E den Bogen HI, und aus F den Bogen OS.

Sechs und funfzigste Aufgabe.

Eine Eylinie auf eine gegebne Länge und Breite zu beschreiben.

Man soll eine Eylinie machen, welche die Linien AB, CD, die sich einander in rechten Winkeln durchschneiden, zu Durchmessern hat.
(Fig. 53.)

Nehmet ein Lineal MO, das dem grossen Radio AE gleich ist; auf demselben merket euch die Länge MN, die dem kleinern Radio CE gleich ist.

Führet eben dieses Lineal auf die Durchmesser AB, CD, so daß der Punkt N auf AB fällt; so wird das Aeusserste des Lineals M, die verlangte Eylinie beschreiben.

Sieben und funfzigste Aufgabe.

Den grossen und kleinen Durchmesser einer Eylinie zu finden.

Die Eylinie ABCD wird gegeben. (Fig. 54.)

Ziehet nach Gefallen die zwo Parallellinien NA, IH.

Schneidet sie beyde in zween Theile, und ziehet durch die Punkte ihrer Theilung L, M, die gerade Linie PO.

Theilet auch die Linie PO in E in zween Theile.

Beschreibet nach Gefallen aus E den Zirkel SGF, der die Peripherie der Eylinie in vier Punkten durchschneidet.

Ziehet FG und seine Parallellinie TEC, diese wird der kleine Durchmesser seyn, und alsdann ziehet den grossen BED, der den kleinen in rechten Winkeln durchschneidet.

Acht und funfzigste Aufgabe.

Die Peripherie eines Zirkels in 360 Grade einzutheilen.

Es wird der Zirkel A gegeben. (Fig. 55.)

Ziehet die Durchmesser AB, CD, welche sich in E mit rechten Winkeln durchschneiden; so ist die Peripherie in vier gleiche Theile eingetheilet, deren jeder 90. Grade enthält.

Beschreibet aus A und C die Bogen EG, EF, welche das Viertheil des Zirkels, AC, in drey gleiche Theile, jeden von 30 Graden theilen.

Da das Viertheil des Zirkels, AC, 90 Grade beträgt; die Bogen AG und CF aber jeder von 60 Graden ist; (74. S. II. Hauptst.) so folget daraus, daß die Supplemente CG, AF jedes 30 Grade hat: zweymal 30 aber von 90 abgezogen; läßt 30 Grade für den Bogen GF übrig.

Theilet diese drey gleiche Bogen CGFA, jeden in drey Theile, und jeden davon in zehn, und so auch die übrigen Viertheile der Peripherie.

Neun und funfzigste Aufgabe.

Den Umfang einer Figur in verschiedene gleiche Theile zu theilen.

Man will den Umfang der Figur H in acht gleiche Theile theilen. (Fig. 56.)

Verlängert die Grundlinie AB auf beyden Seiten.

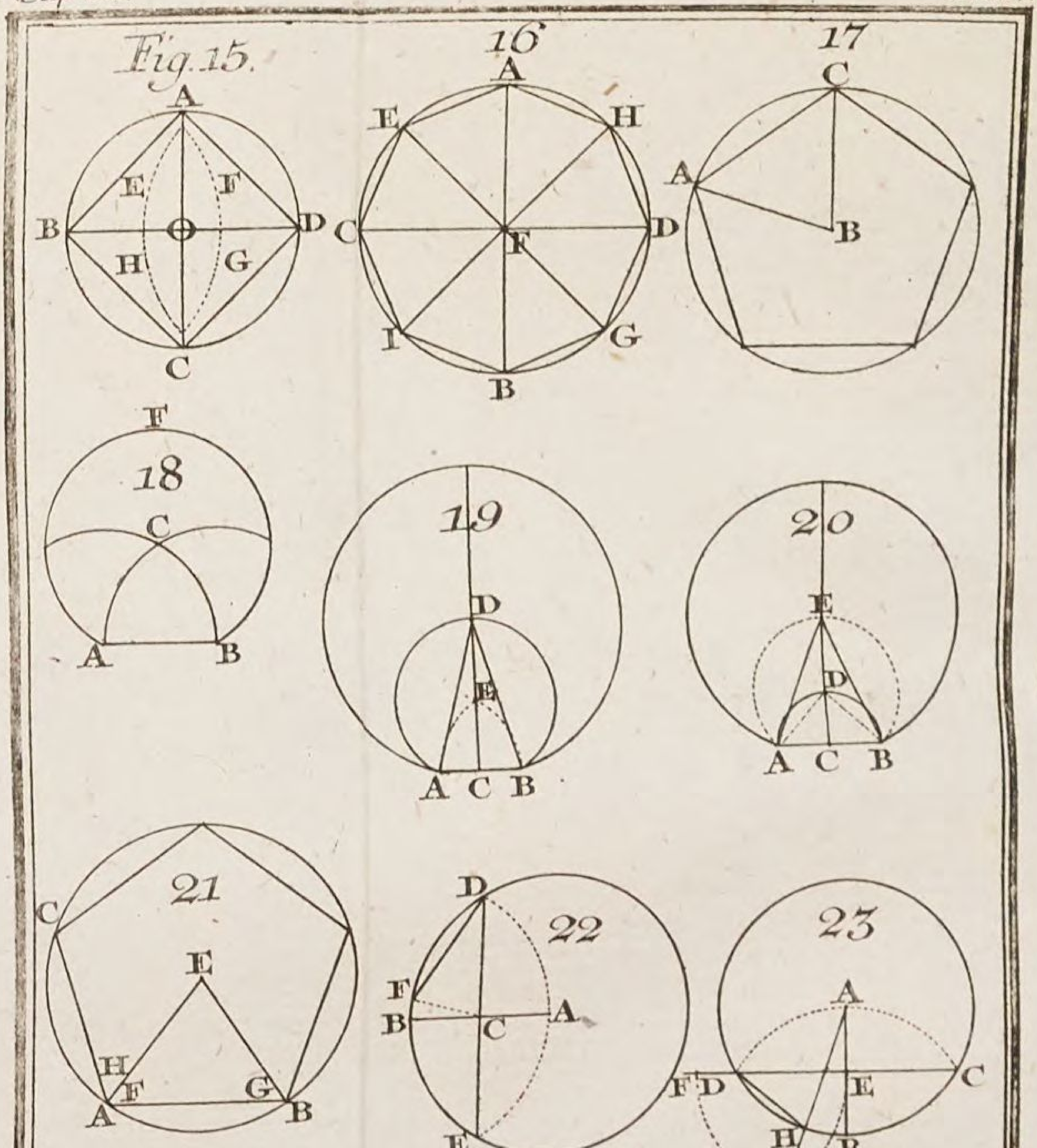
Verlängert auch AF gegen N, BC in L und CD in M.

Schneidet FN gleich ab mit FE, und AG mit AN.

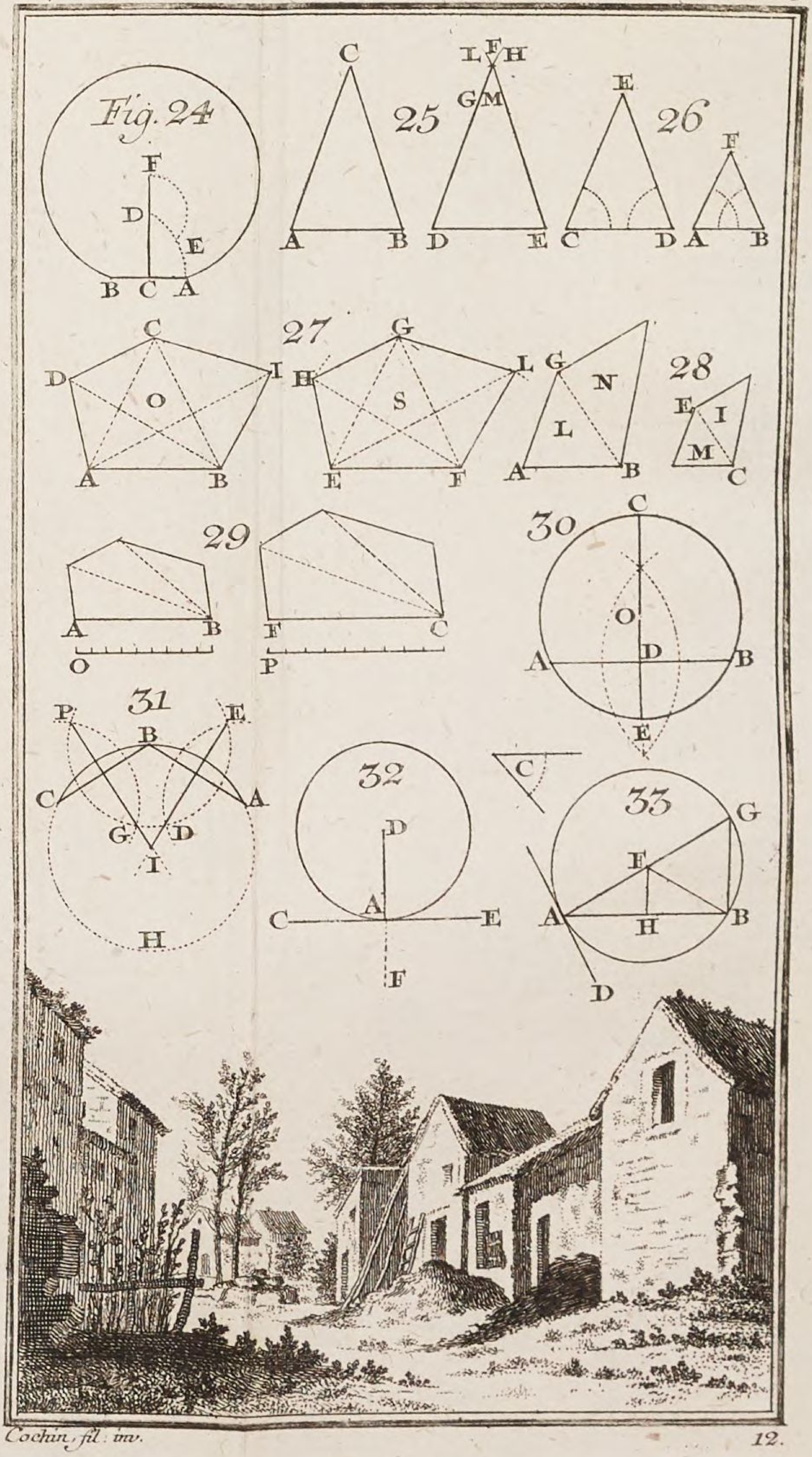
Eben so machet auch DM mit DE gleich; CL mit CM; BI mit BL, und die Linie GI wird dem Umfange der Figur gleich seyn.

Theilet

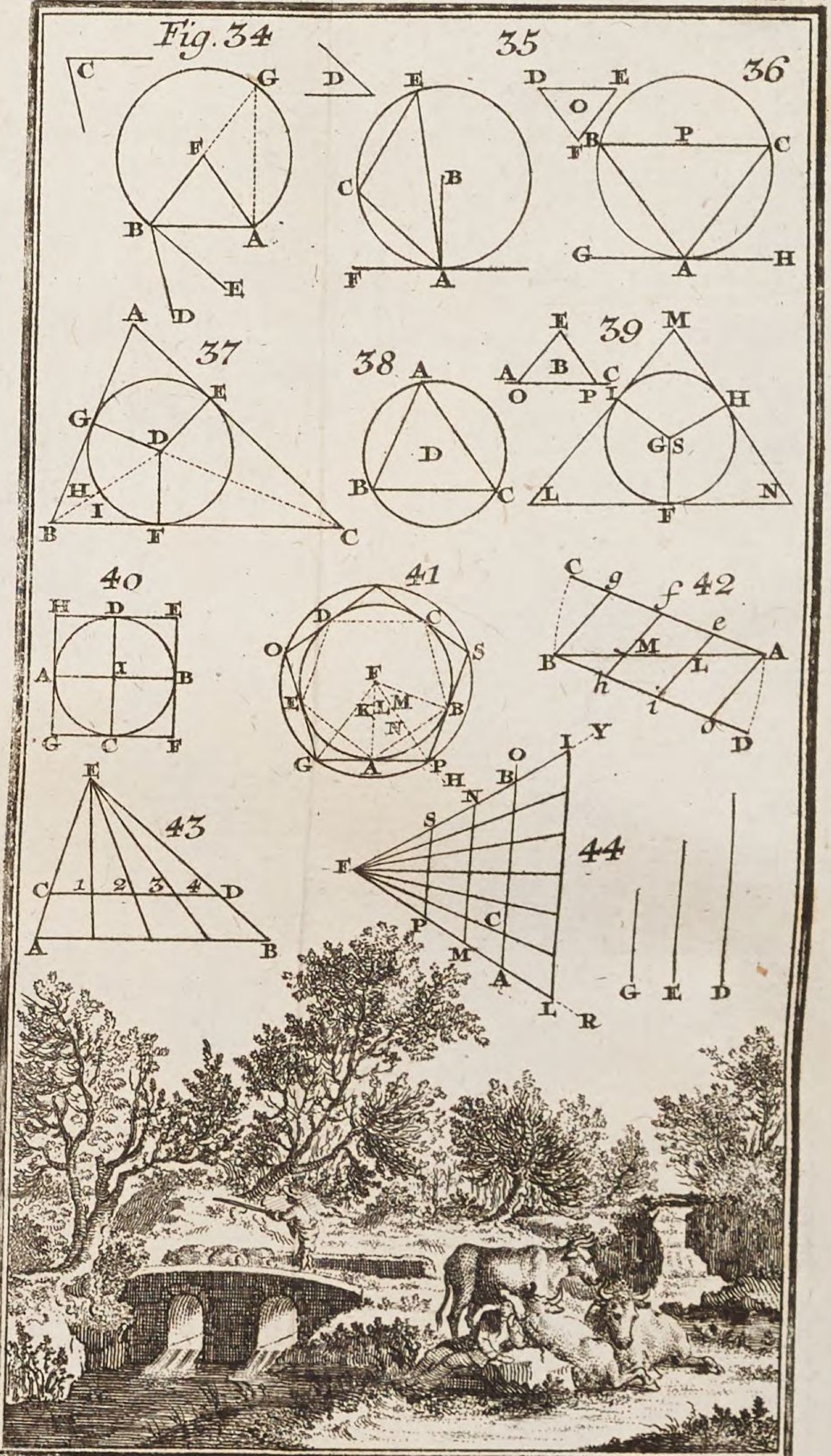
Fig. I.
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14



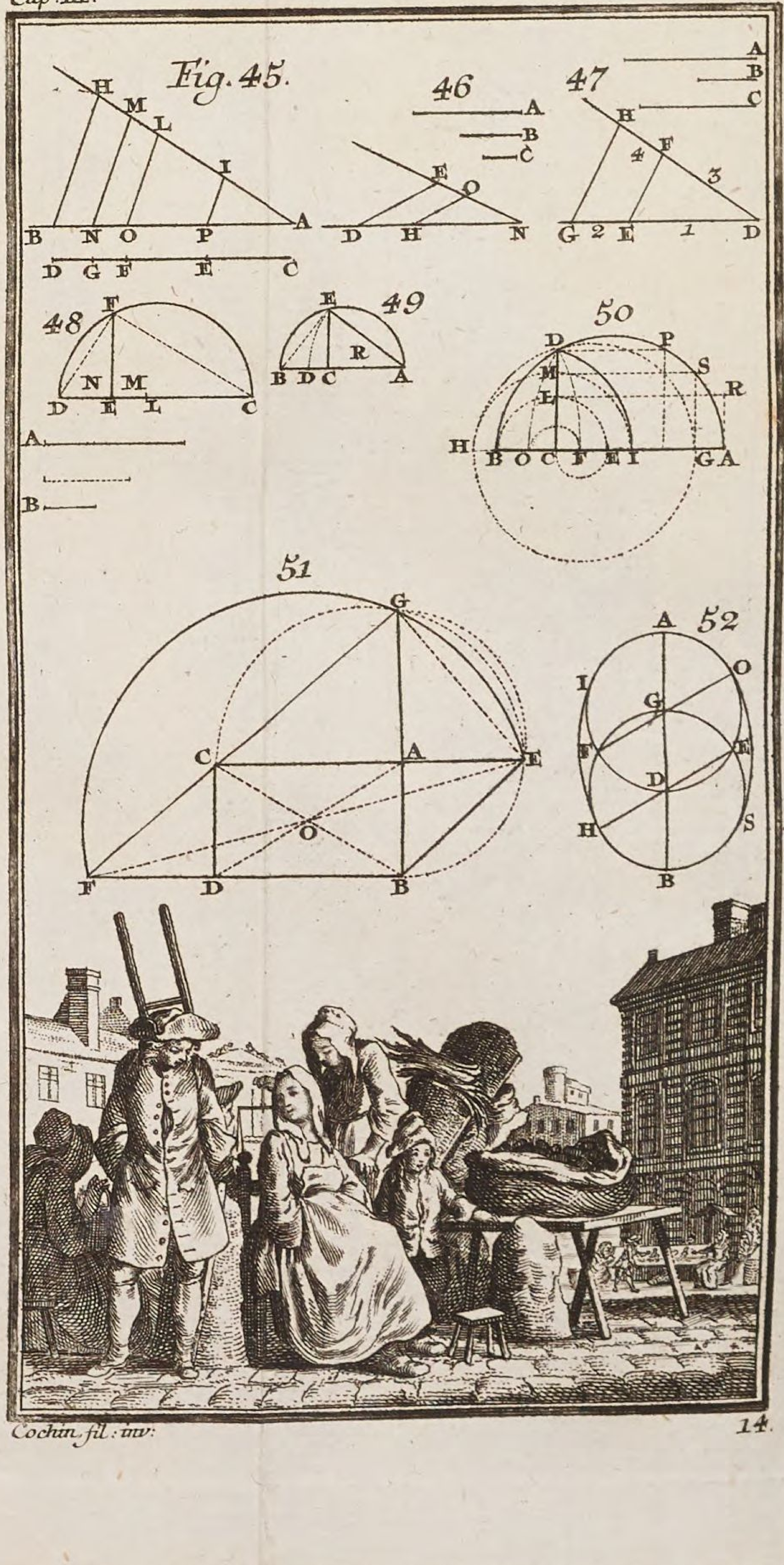
Cochin fil. inv.



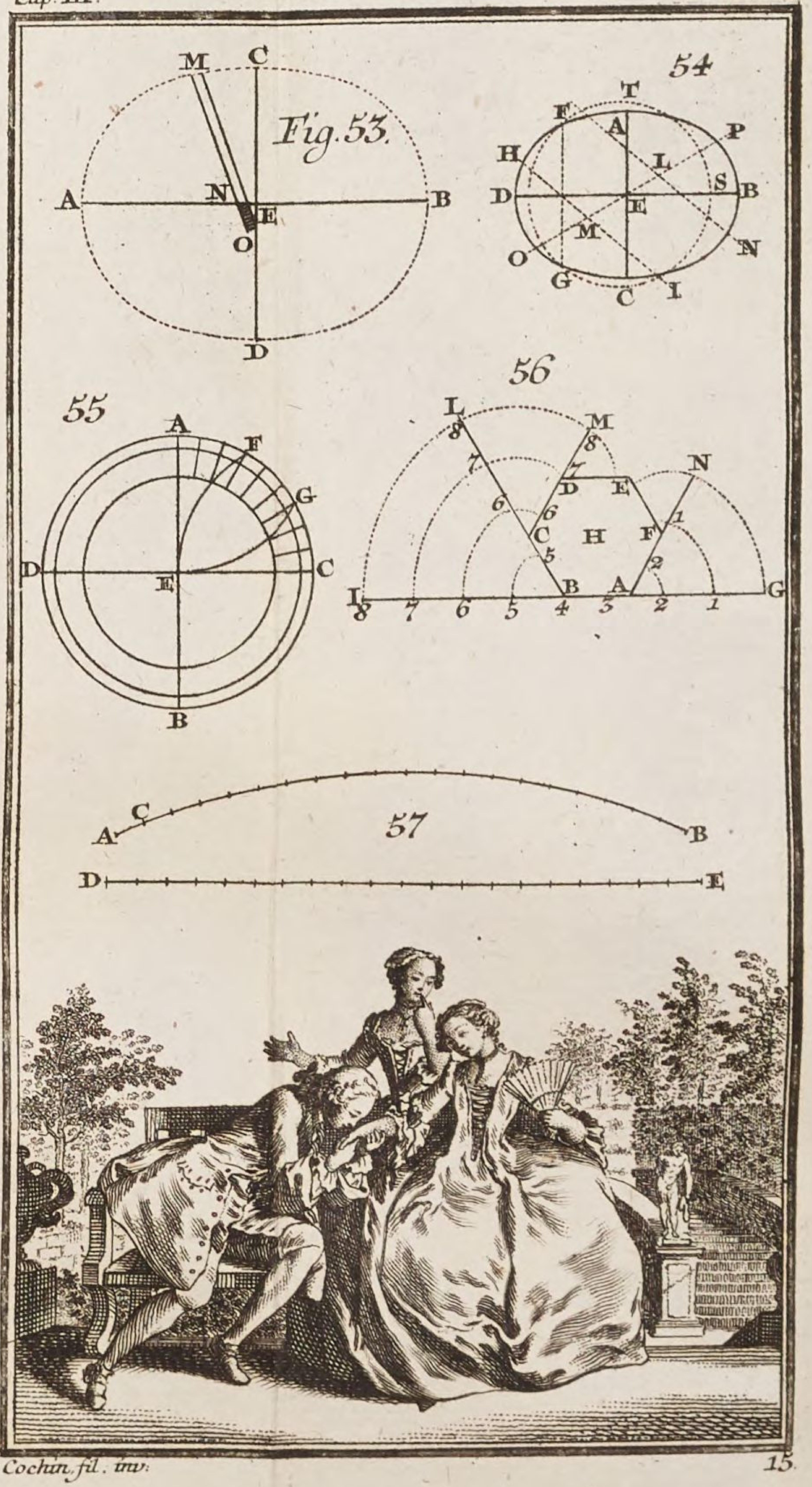
Cochin, fil: inv.



Cochin fil. inv.



Cochin, fil: inv:



Cochin, fil. inv.

Theilet GI in 8 gleiche Theile 1, 2, 3 u. s. w.

Beschreibet aus A die Bogen 2, 2; 1, 1; parallel mit dem Bogen GN; aus B aber beschreibet die Bogen 6, 6; 7, 7; parallel mit dem Bogen IL, und so weiter.

Die Punkte 1, 2, 3, welche sich in den Seiten der Figur befinden, werden die begehrte Theilung bewerkstelligen.

Sechzigste Aufgabe.

Eine gerade Linie zu einer krummen zu finden.

Man will eine gerade gleiche Linie zu der krummen AB. (Fig. 57.)

Ziehet die gerade unbestimmte Linie DE.

Nehmet von der gegebnen AB einen Theil AC, so klein aber, daß die Krümmung der Linien in demselben unmerklich ist.

Traget diesen kleinen Theil auf AB, so offt als es seyn kann, z. E. Zwanzigmal.

Traget eben so viel kleine Theile auf DE, welche sich in E endigen, so habt ihr richtig genug die Linie DE, zu der krummen AB.

Viertes Hauptstück.

Von Verwandlung der Figuren.

Erste Aufgabe.

Aus einem ungleichseitigen Triangel ABC einen gleichschenklichten zu machen, oder welches eben so viel ist, einen gleichschenklichten Triangel zu beschreiben, der einem gegebnen ungleichseitigen gleich ist. (Fig. 1.)

Schneidet die Grundlinie AB in D in zween gleiche Theile.

Richtet die Perpendicularlinie DE auf.

Ziehet CE parallel mit der Grundlinie AB.

Ziehet EA, EB; so habt ihr den gleichschenklichten Triangel ABE, für den gegebnen ABC, (42. §. II. Hauptst.)

Zweyte Aufgabe.

Das Parallelogrammum BD in einen Triangel zu verwandeln. (Fig. 2.)

Ver-

Verlängert AB, und machet AE gleich AB.

Ziehet CE; so ist das Parallelogrammum in einen Triangel gebracht; oder besser, der Triangel BCE ist dem Parallelogrammo BD gleich gemacht worden.

Das Parallelogrammum BD ist durch die Diagonallinie AC in zween gleiche Triangel getheilt worden. (37. S. II. Hauptst.) Der Triangel AEC ist gleich dem andern ABC, (43. S. II. Hauptst.) daher ist er auch dem Triangel ACD gleich: und wenn man den gemeinschäfftlichen CDF hinwegnimmt; so bleibt AEF übrig, der dem weggenommenen CDF gleich ist. Folglich ist der Triangel BCE dem Parallelogrammo BD gleich.

Dritte Aufgabe.

Einen Triangel ABC in ein Parallelogrammum zu bringen. (Fig. 3.)

Theilet die Grundlinie AB in D in zween gleiche Theile.

Ziehet CD und ihre Parallellinie BE.

Ziehet auch CE, parallel mit AB.

So wird das Parallelogrammum DE dem Triangel ABC gleich seyn.

Der Triangel G ist dem Triangel F gleich, (43. S. II. Hauptst.) er ist auch gleich dem Triangel H. (37. S.

(37. S. II. Hauptst.) Mitthin sind die Triangel F, H gleich: (3. S. II. Hauptst.) und wenn man den Triangel H für den ihm gleichen F setzt; so ist das Parallelogrammum DE dem Triangel ABC gleich.

Vierte Aufgabe.

Aus dem Triangel ABC ein Parallelogrammum zu machen, ohne den Winkel A zu verändern. (Fig. 4.)

Schneidet AC in M in zween gleiche Theile.

Ziehet MO mit AB parallel, und BO mit AC.

Das Parallelogrammum AO wird dem Triangel ABC gleich seyn.

Die Linien AM, MC sind gleich abgeschnitten worden: BO ist AM gleich, (38. S. II. Hauptst.) daher sind BO und MC auch gleich, und da sie parallel sind; so ist der Triangel D, gleich E, (59. S. II. Hauptst.) mitthin ist das Parallelogrammum AO dem Triangel ABC gleich.

Fünfte Aufgabe.

Aus dem Parallelogrammo STRO ein Rectangulum zu machen. (Fig. 5.)

Richtet TV perpendicular auf TR auf.

Schneidet VI gleich ab mit TR; so wird das Rectangulum IVTR dem Parallelogrammo

mo OSTR gleich seyn. (40. Satz II. Hauptstück.)

Sechste Aufgabe.

Ein, dem Triangel ABC gleiches Rectangulum zu beschreiben. (Fig. 6.)

Lasset die Perpendicularlinie CF herunter, und theilet sie in N.

Ziehet durch den Punkt N die Linie GI parallel mit AB.

Machet NG gleich FA; NI gleich FB.

Ziehet BI, AG; und ABIG ist das dem gegebnen Triangel gleich gemachte Rectangulum, das verlangt ward.

Die Linie NG ist ihrer Parallele FA gleich gemacht worden; und AG ist gleich und parallel mit CNF, (36. S. II. Hauptstück.) wie auch mit der ihr gleichen NC. Mitthin ist der Triangel AGO (59. S. II. Hauptst.) gleich dem Triangel CNO. Eben so ist auch der Triangel BIP dem Triangel CPN gleich.

Da die Linien IG und AB parallel sind und gleich; so sind auch BI und AG parallel, (36. S. II. Hauptst.) und das Parallelogrammum ABIG ist rechtwinklicht: denn, da die Winkel am Punkte F rechte Winkel sind; so sind es auch die entgegengesetzten I, G, und die diesen entgegengesetzten GAB, ABI gleichfalls. (38. S. II. Hauptst.)

Sie-

Siebende Aufgabe.

Die vierseitige Figur ABCD in einen Triangel zu verwandeln. (Fig. 7.)

Verlängert die Grundlinie AB gegen E.

Ziehet AD, ihre Parallellinie CE, und die Linie DE.

So ist die vierseitige Figur in den Triangel BDE verwandelt.

Die Triangel ADC, ADE, haben einerley Grundlinie AD, und sind zwischen einerley Parallellinien AD, CE, sie sind also gleich: (42. S. II. Hauptst.) und wenn man den gemeinschäfftlichen Triangel ABD hinzuthut; so ist der Triangel BDE der vierseitigen Figur ABCD gleich. (44. S. II. Hauptst.)

Achte Aufgabe.

Einem Triangel ABC die Höhe BD zu geben. (Fig. 8.)

Ziehet DE, parallel mit der Grundlinie BC. Verlängert eine Seite, z. E. AB bis in F.

Ziehet CF, ihre Parallele AG, und die Linie FG.

Wenn ihr den Triangel AGF für AGC, der ihm gleich ist, (42. S. II. Hauptst.) setzet; so wird der Triangel BGF dem gegebenen ABC gleich und von der fürgegebnen Höhe BD seyn.

Neunte

Neunte Aufgabe.

Einen Triangel ABC zu der Höhe AD herunter zu lassen. (Fig. 9.)

Ziehet DE parallel mit AB.

Ziehet BG aus einem Einschnitte z. E. aus G.

Verlängert die Grundlinie AB gegen H.

Ziehet CH parallel mit BG.

Ziehet GH, und setzet den Triangel AGH für ABC, der ihm gleich ist.

Zehende Aufgabe.

Einen Triangel IKL bis zum Punkte M zu erhöhen. (Fig. 10.)

Ziehet die Linie LM, MK, MI.

Ziehet LP parallel mit KM, und ziehet darauf PM.

Führet auch LN parallel mit MI fort, und ziehet MN.

Wenn ihr den Triangel PLM an die Stelle des ihm gleichen PLK, und NLM an die Stelle des ihm gleichen NLI setzet; so wird der Triangel MNP dem vorgegebenen IKL gleich seyn.

Eilfte Aufgabe.

Ein andrer Triangel ABC soll bis zum Punkte D niedriger gemacht werden. (Fig. 11.)

Ziehet DA, DB, DC, und verlängert die Grundlinie AB auf beyden Seiten.

Ziehet CH parallel mit DB, und CG mit DA.

Ziehet DH, DG, und wenn der Triangel BDH vor den ihm gleichen BDC, und ADG für den ihm gleichen Triangel ADC gesetzt wird; so wird der Triangel DGH dem vorgegebnen ABC gleich seyn.

Zwölfte Aufgabe.

Eine vierseitige Figur ABCD in ein rechtwinklichtes Parallelogrammum zu verwandeln. (Fig. 12.)

Ziehet AC und ihre Parallelen BE, DF.

Theilet AC in G in zween gleiche Theile durch die Perpendicularlinie HI. (1. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet EF parallel mit HI durch C, und das Rectangulum EFHI wird der vierseitigen Figur, die vorgegeben war, gleich seyn.

Das Rectangulum GE ist dem Dreyecke ACB gleich, wie das Rectangulum GF dem Dreyecke ACD. (3. Aufg.)

Dreyzehen-

Dreyzehende Aufgabe.

Ein Trapezium ABCD in einen Triangel, dessen oberer Winkel in E ist, zu verwandeln. (Fig. 13.)

Verlängert die Grundlinie AB auf beyden Seiten.

Ziehet DG parallel mit EB, CF aber mit AE.

Ziehet EF, EG; und wenn die Triangel AEF, BEG, an die Stelle der ihnen gleichen AEC, BED gesetzt werden; so wird der Triangel EFG dem vorgegebnen Trapezio gleich seyn.

Vierzehende Aufgabe.

Aus einem Fünfecke ABCDE eine vierseitige Figur CDEF zu machen. (Fig. 14.)

Ziehet AC, ihre Parallele BF und die Linie CF.

Setzet den Triangel ACF an die Stelle des ihm gleichen ACB, so wird die vierseitige Figur DEFC dem Fünfeck ABCDE gleich seyn.

Fünfzehende Aufgabe.

Ein Fünfeck APONR in einen Triangel zu verwandeln. (Fig. 15.)

Verlängert die Grundlinie NO auf beyden Seiten.

Ziehet AO, ihre Parallele PV und die Linie AV.

Ziehet auch AN, ihre Parallele RS und die Linie AS; setzet AOV an die Stelle des ihm gleichen Triangels AOP, und ANS für ANR, der ihm auch gleich ist; so wird der Triangel AVS dem Fünfecke gleich seyn.

Sechszehende Aufgabe.

In einen Triangel eine vierseitige Figur ABCD zu verwandeln, welche einen hineingekehrten Winkel BAD hat. (Fig. 16.)

Ziehet BD, ihre Parallele AE, und die Linie DE.

Setzet den Triangel AED an des ihm gleichen AEB statt; so habt ihr den Triangel CDE für die vorgegebne vierseitige Figur.

Siebzehende Aufgabe.

Einen Triangel zu beschreiben, der einem regulären Fünfecke ABD gleich sey. (Fig. 17.)

Traget auf die verlängerte Grundlinie NM die Länge der Grundlinie AB fünfmal, d. i. schneidet NM den fünf Seiten des Fünfeckes gleich ab.

Aus dem Mittelpunkte R ziehet RN, RM; so wird der Triangel MRN dem Fünfecke gleich seyn.

Der Triangel ABR ist der fünfte Theil des Fünfeckes; so wie er der fünfte Theil des Triangels NMR ist: (43. S. II. Hauptst.) mitthin ist der Triangel NMR (6. S. II. Hauptst.) dem Fünfecke gleich.

Achtzehende Aufgabe.

Ein Fünfeck AD in einen Triangel der Seite AB zu verwandeln. (Fig. 18.)

Verlängert die Grundlinie AE gegen G.

Ziehet CE, ihre Parallele DF, und die Linie CF.

Leget den Triangel CEF an die Stelle des ihm gleichen CDE; so wird die vierseitige Figur ABCF dem Fünfecke gleich seyn.

Ziehet BF, ihre Parallele CG, und die Linie BG.

Leget den Triangel BFG an die Stelle des ihm gleichen Triangels BFC; so wird der Triangel ABG der vierseitigen Figur ABCF gleich seyn.

Neunzehende Aufgabe.

Ein Sechseck ABE in einen Triangel AFL zu verwandeln. (Fig. 19.)

Verlängert CD gegen H, BC gegen I und AB gegen L.

Ziehet DF, ihre Parallele EH; wiederum CF, ihre Parallele HI: ingleichen BF, ihre Parallele

IL, und die Linie FL, durch welche der Triangel ALF dem vorgegebenen Sechsecke gleich werden wird.

Man nehme die Linien FH, FI an. Die Triangel FDH, FDE sind gleich; und da sie das Fünfeck ABCDF gemeinschäfftlich haben; so ist das Fünfeck FHCBA dem Sechsecke ABCDEF gleich.

Desgleichen sind die Triangel FCI und FCH gleich, und da die vierseitige Figur ABCF ihnen gemeinschäftlich ist; so ist die vierseitige Figur ABIF dem Fünfecke ABCHF gleich.

Endlich, so sind auch die Triangel FBL, FBI gleich. ABF ist beiden gemein; folglich ist der Triangel AFL der vierseitigen Figur FABI, und mitthin auch dem vorgegebenen Sechsecke ABE gleich.

Zwanzigste Aufgabe.

Aus einem Fünfecke ABCDE einen Triangel zu machen, der seinen obern Winkel in O und seine Grundlinie in der Linie SV hat. (Fig. 20.)

Ziehet AC, ihre Parallele BF, und die Linie CF.

Ziehet desgleichen AD, ihre Parallele EH und die Linie DH.

Setzet den Triangel ADH für den ihm gleichen ADE, und ACF für den ihm gleichen ACB; so wird

wird das Trapezium CDFH dem Fünfecke gleich seyn.

Verwandelt dieses Trapezium in den Triangel OGI. (13. Aufg.)

Ein und zwanzigste Aufgabe.

Aus dem Fünfecke ABLD einen Triangel von der Höhe IL zu machen. (Fig. 21.)

Verwandelt das Fünfeck in den Triangel AEF. (15. Aufg.)

Machet diesen Triangel AEF so hoch als die Höhe IGH ist. (11. Aufg.)

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

Auf die Linie BD, und über den Winkel ABD einen Triangel zu machen, der dem Triangel ABC gleich ist. (Fig. 22.)

Ziehet CD, ihre Parallele BE, und die Linie DE, und setzet den Triangel BED für den Triangel BEC, der ihm gleich ist.

Ziehet AD, ihre Parallele EF, die Linie DF; und wenn der Triangel EFD mit dem ihm gleichen EFA verwechselt wird; so wird der Triangel BDF dem vorgegebnen ABC gleich seyn.

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Auf die Linie AF einen Triangel zu beschreiben, der einem Fünfecke ABD gleich sey. (Fig. 23.)

Verwandelt das Fünfeck in den Triangel ABG. (18. Aufg.)

Machet den Triangel AHF, gleich ABG. (8. Aufg.)

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Eine Figur ABCDE, die einen hinein gekehrten Winkel hat, in einen Triangel zu verwandeln. (Fig. 24.)

Verlängert CD gegen F, und ED in G.

Ziehet AC, ihre Parallele BF, die Linie AF; so wird der Triangel ACF gleich seyn dem Triangel ACB.

Ziehet AD, ihre Parallele FG, die Linie AG; verwechselt so dann ADG mit dem ihm gleichen Triangel ADF; so ist der Triangel AEG der gegebenen Figur gleich.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Eine Figur ABCDEF in einen Triangel zu verwandeln. (Fig. 25.)

Ziehet die Linie BD, ihre Parallellinie CG, die Linie DG.

Setzet den Triangel BDG für den ihm gleichen BDC.

Ziehet EG, ihre Parallellinie DH, und die Linie EH.

Setzet

Setzet den Triangel EGH, an die Stelle des ihm gleichen EGD.

Ziehet endlich FH, ihre Parallellinie EI, und die Linie FI, darnach verwechselt den Triangel EIF mit dem ihm gleichen EIH; so ist die gegebne Figur in den Triangel AIF verwandelt.

Sechs und zwanzigste Aufgabe.

Ein Parallelogrammum MC, zur Länge MA zu verlängern. (Fig. 26.)

Ziehet AD parallel mit der Seite CB.

Verlängert GC bis in D, und ziehet DM.

Ziehet durch den Punkt H, EF parallel mit MA.

So wird das Parallelogrammum ME dem gegebenen MC gleich seyn.

Das hinzugefügte Supplement O, ist dem Parallelogrammo P gleich. (65. S. II. H.)

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

Ein Parallelogrammum CNOP in eines von der Breite CR zu verwandeln. (Fig. 27.)

Ziehet RVS parallel mit CN.

Verlängert PO gegen K und CN gegen T.

Ziehet durch den Punkt V die Diagonallinie CK.

Ziehet KT parallel mit ON; so habt ihr das Parallelogrammum CRST, für das gegebene NP.

Das beygefügte Supplement TV, ist dem abgeschnittenen VP gleich. (65. S. II. Hauptst.)

Acht und zwanzigste Aufgabe.

Ein Quadrat zu beschreiben, das einem Rectangulo BG gleich ist. (Fig. 28.)

Verlängert GD gegen H, und DB gegen E.

Machet DH gleich DB.

Schneidet GH in O in zween gleiche Theile.

Beschreibet aus O, den halben Zirkel HEG, und das Quadrat DC, das ihr auf DE machen werdet, wird dem Rectangulo BG gleich seyn.

DE ist die mittlere Proportionallinie zwischen DG, und DH, oder DB, die ihr gleich ist. (51. Aufg. III. Hauptst.) Mitthin ist das Quadrat CD, (64. S. II. Hauptst.) dem vorgegebnen Rectangulo gleich.

Um ein Quadrat zu machen, das dem Parallelogrammo IKLM gleich ist, (Fig. 29.) das nicht rechtwinklicht ist; so muß die mittlere Proportionallinie KN zwischen KI und KP, genommen werden,

gleich

gleich der Perpendicularlinie KO, eben so als wenn das vorgegebne Parallelogrammum rechtwinklicht wäre. (40. S. II. Hauptst.)

Neun und zwanzigste Aufgabe.

Die Figur ABCDE zwischen zwo Parallellinien BI, AD zu bringen. (Fig. 30.)

Verlängert CD gegen G und AD gegen H.

Ziehet EG parallel mit AD, GH desgleichen mit AC, und HI mit CD.

Ziehet DI, und der Triangel CDI wird dem weggenommenen Triangel ADE gleich seyn.

Die Triangel ACH und ACG sind gleich, (42. S. II. Hauptst.) und wenn man den gemeinschäfftlichen Triangel ACD hinwegnimmt; so bleiben die gleichen Triangel CDH, ADG übrig. CDI ist gleich CDH; ADE aber gleich ADG: (42. S.) mitthin ist CDI gleich ADE.

Dreyßigste Aufgabe.

Eine vierseitige Figur DOPR, welche die Seiten DR und PO schon parallel hat, in ein Parallelogrammum zu verwandeln. (Fig. 31.)

Theilet OD in S in zween gleiche Theile.

Ziehet TSV parallel mit PR, und verlängert PO bis in T.

Neh-

Nehmet den Triangel OTS für den, der ihm gleich ist, SVD; (59. S. II. Hauptst.) so habt ihr das Parallelogrammum RT, für die gegebne vierseitige Figur.

Ein und dreyßigste Aufgabe.

Einen gleichseitigen Triangel zu beschreiben, der einem ungleichseitigen ABC gleich ist. (Fig. 32.)

Machet auf die Grundlinie AB den gleichseitigen Triangel ABD. (12. Aufg. III. Hauptst.)

Verlängert die Seite DB gegen E.

Ziehet CE parallel mit AB, und nehmet die Linie AE an; so wird der Triangel ABE dem andern ABC gleich seyn. (42. S. II. Hauptst.)

Beschreibet auf DE den halben Zirkel DFE.

Richtet BF auf, die mittlere Proportionallinie zwischen den beyden äussern Linien BE, BD. (51. Aufg. III. Hauptst.)

Aus dem Punkte B beschreibet den Bogen FGH, und aus G den Bogen BH.

Ziehet die geraden Linien GH, BH; so ist der gleichseitige Triangel BGH dem ungleichseitigen ABC gleich.

Die

Die Linien BE, BF, BD sind proportional, die Triangel BEA, BDA sind auf die beyden äussern Linien BE und BD gemacht worden, und von einerley Höhe AI; BG ist gleich der mittlern BF, und der Triangel BGH ist dem Triangel ABD ähnlich gemacht worden; mitthin (62. §. II. Hauptst.) ist er ähnlich dem Triangel BEA, und folglich auch dem fürgegebenen Triangel ABC.

Zwey und dreyßigste Aufgabe.

Aus einem Triangel ABC, einen andern zu machen, der dem fürgegebnen O ähnlich sey. (Fig. 33.)

Machet den Triangel ACF dem Triangel O ähnlich. (27. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet BG parallel mit AC.

Nehmet CH, die mittlere Proportionallinie zwischen CF und CG. (52. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet HD parallel mit AF, und der Triangel CDH wird dem Triangel O ähnlich seyn, und gleich dem Triangel ABC.

Die Linien CF, CH, CG sind proportional gemacht worden. (nach ihrer Entstehung) Die Triangel ACF, ACG sind von einerley Höhe CA, und haben die zwo äussern Proportionallinien CF, CG zu Grundlinien: der Triangel CDH, der auf die mittlere CH gemacht worden, ist ähnlich ACF oder

O, (57. S. II. Hauptst.) gleich ACG (20. S. II. H.) und mitthin auch dem gegebnen Triangel ABC.

Drey und dreyßigste Aufgabe.

Eine Linie zu ziehen, die mit DE parallel sey und mit dem Winkel A einen Triangel mache, der dem Triangel ABC gleich sey. (Fig. 34.)

Ziehet CF parallel mit DE, und verlängert AB gegen F, wenn es nöthig ist.

Theilet AH, die mittlere Proportionallinie zwischen den zwoen äussern AB, AF. (52. Auf. III. Hauptst.)

Ziehet HI parallel mit DE oder CF; so wird der Triangel AIH dem andern ABC gleich seyn.

Die Triangel AFC, ABC, auf die äussern Proportionallinien AF, AB gebaut, sind von einerley Höhe C; der Triangel AHI, der auf die mittlere AH beschrieben worden ist, ist dem Triangel AFC ähnlich, (51. S. II. Hauptst.) mitthin ist er gleich dem Triangel ABC. (67. S. II. Hauptst.)

Vier und dreyßigste Aufgabe.

Man verlangt, daß eine Seite AB von dem Fünfecke ABD parallel sey mit CE. (Fig. 35.)

Verlängert die Seiten EA, CB in F.

Schnei-

Schneidet FR ab, als die mittlere Proportionallinie zwischen FG und FB. (52. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet die verlangte Seite RL, parallel mit AG.

Die Triangel ABF, FLR sind gleich, (nach dem vorhergehenden) und wenn man die gemeinschäfftliche vierseitige Figur AORF hinweg nimmt; so bleibt der hinzugenommene Triangel OBR übrig, der dem hinwegenommenen OLA gleich ist.

Fünf und dreyßigste Aufgabe.

Das Parallelogrammum ABEG wird gegeben, man soll seine Seite AB, an den Punkt D hinrichten. (Fig. 36.)

Schneidet AB in O in zween gleiche Theile.

Ziehet aus dem gegebnen Punkte D die Linie DOS; so habt ihr das verlangte, indem der hinzu genommene Triangel OBD dem weggenommenen OAS gleich ist. (59. S. II. Hauptstück.)

Sechs und dreyßigste Aufgabe.

Die Seite AB eines Triangels ABC, gegen den Punkt D zu führen. (Fig. 37.)

Verlängert BC auf beyden Seiten.

Richtet DEF perpendicular auf BC auf.

Schneidet EF mit DE gleich ab.

Ziehet

Ziehet FG parallel mit BC.

Machet auf CG den Triangel CGK, gleich dem Triangel ABC. (9. Aufg.)

Ziehet DH parallel mit AC.

Schneidet CL gleich ab mit CK.

Nehmet von der Linie CH, den Theil CM, als die mittlere Proportionallinie zwischen dem noch übrigen MH und CL. (52. Aufgabe III. Hauptst.)

Ziehet die begehrte Linie DMI; so habt ihr den Triangel CMI für den gegebnen ABC.

Die Linien HM, MC, CL oder CK, die ihr gleich ist, sind proportional abgeschnitten worden: die Triangel DHM, CGK, die auf die äussern Proportionallinien HM, CK gemacht worden, sind von einerley Höhe; denn die Perpendicularlinien DE, EF, sind gleich abgeschnitten worden; und weil DH parallel mit CI gezogen worden ist; so ist der auf die mittlere Proportionallinie CM beschriebene Triangel CIM, ähnlich dem Triangel DHM. (59. S. II. Hauptst.) Mitthin (67. S. II. Hauptst.) ist CIM gleich CGK, und folglich auch dem vorgegebenen Triangel ABC, dem CGK gleich gemachet worden.

Sieben und dreyßigste Aufgabe.

Eine Seite AB der Figur ABG gegen den Punkt D zu führen. (Fig. 38.)

Verlängert die Seiten EB, GA, bis in C, wo sie einander begegnen.

Führet

Führet die Seite AB des Triangels ABC gegen D. (nach der vorhergehenden Aufgabe.)

Acht und dreyßigste Aufgabe.

Ein reguläres Sechseck zu beschreiben, das dem Triangel ABC gleich ist. (Fig. 39.)

Beschreibet nach beliebiger Grösse das reguläre Sechsecke D.

Machet auf AB den Triangel ABE, dem Triangel D ähnlich, so daß der Winkel AEB, der Centralwinkel sey.

Verlängert BE von beyden Seiten.

Ziehet CF parallel mit AB, und ziehet die Linie AF. Der Triangel ABF, wird dem gegebenen ABC gleich seyn. (42. S. II. Hauptst.)

Theilet BF in 6 gleiche Theile, d. i. in so viel Theile, als die Figur Seiten haben soll.

Machet BG dem sechsten Theile BH gleich.

Suchet BM, die mittlere Proportionallinie zwischen BE und BG. (51. Aufg. III. Hauptst.)

Beschreibet aus dem Punkt B den Bogen MN, und aus dem Punkte N den Zirkel BOR: das in diesen Zirkel beschriebene Sechseck wird dem vorgegebnen Triangel gleich seyn.

Die Linien BE, BM, BG, sind proportional: die Triangel BEA, BGA auf den äussern Proportionallinien BE, BG, sind von einerley Höhe AN. Der

Triangel BON, der auf BN gemacht worden ist, die der mittlern Proportionallinie BM gleich ist, ist ähnlich dem Triangel BAE: folglich ist er auch gleich dem Triangel BAG: der Triangel BGA enthält den sechsten Theil des Triangels ABF: der Triangel BON ist der sechste Theil des Sechseckes BOR; daher ist das Sechseck BOR gleich dem Triangel ABF, und mitthin auch dem gegebnen ABC.

Neun und dreyßigste Aufgabe.

Ein reguläres Fünfeck zu beschreiben, das einem irregulären ABD gleich ist.
(Fig. 40.)

Verwandelt das irreguläre Fünfeck in den Triangel BCF. (18 oder 19. Aufg.)

Machet nach Belieben das reguläre Fünfeck G.

Machet den Triangel BFH dem Triangel G gleichwinklicht, (27. Aufg. III. Hauptst.) so daß der Winkel H, wie der Winkel G der Centralwinkel sey.

Verlängert HB gegen I und ziehet CK parallel mit BF. Wenn die Linie FK gezogen wird; so wird BFK dem Triangel BFC gleich seyn. (42. S. II. Hauptst.)

Theilet BK in fünf gleiche Theile, d. i. in so viel Theile, als ein Fünfeck Seiten hat.

Ziehet BM, die mittlere Proportionallinie zwischen BH, und dem fünften Theile BL. (51. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet

Ziehet BP parallel mit FH, so wird der Winkel OBP dem Winkel des Mittelpunktes H, oder G, der ihm gleich ist, gleich seyn. (1. S. II. H.)

Aus dem Punkte B und dem Zwischenraume BM, beschreibet den Zirkel MOP, und in diesen machet das verlangte Fünfeck OPN, davon OP eine Seite seyn wird.

Der Radius BO ist der mittlern Proportionallinie BM gleich gemacht worden, und also sind HB, BO, BL, proportional.

Die Triangel HBF, BLF, die auf die äußern Proportionallinien HB, BL beschrieben worden, sind von einerley Höhe RF; der Triangel BOP, der auf die mittlere BO beschrieben worden, ist HBF ähnlich, (58. S. II. Hauptst.) mithin ist er gleich BLF. (67. S. II. Haupt.)

Der Triangel BLF ist der fünfte Theil des Triangels BKF, oder des Fünfeckes ABD, das ihm gleich ist: daher ist BOP, das gleich BLF ist, der fünfte Theil des irregulären Fünfeckes ABCD, eben so wie es der fünfte Theil des regulären Fünfeckes OPN ist. Folglich ist (nach 6. S. II. Hauptst.) das reguläre Fünfeck dem irregulären gleich.

Vierzigste Aufgabe.

Es wird gegeben der Triangel ABC um daraus ein Vieleck zu machen, das dem Vielecke DG ähnlich ist. (Fig. 41.)

Machet den Triangel ABL dem Triangel FGH ähnlich. (27. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet CK parallel mit AB.

Verwandelt die Figur GD in den Triangel GHI. (18 oder 19. Aufg.)

Durchschneidet die Linie BK in M, wie GI in F getheilet worden ist, (48. Aufg. III. Hauptst.)

Schneidet BO ab, die mittlere Proportionallinie zwischen BL und BM. (52. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet OP parallel mit AL; so wird der Triangel OPB dem Triangel ABL, (57. S. II. Hauptst.) und mithin auch dem Triangel GHF ähnlich seyn.

Machet auf OP die vierseitige Figur OPQR der andern HFED ähnlich; (29. Aufg. III. H.) so ist klar daß die Figur BR der vorgegebnen GD ähnlich seyn wird: (68. S. II. Hauptst.) daß sie aber auch dem Triangel ABC gleich sey, muß nun bewiesen werden.

Die Linie BO ist abgeschnitten worden als die mittlere Proportionallinie zwischen BL und BM: die Triangel ABM, ABL, auf den äussern Linien BL und BM aufgerichtet, sind von gleicher Höhe BA: der Triangel BOP auf der mittlern Linie BO ist dem Triangel ABL ähnlich. Mithin ist er dem Triangel ABM gleich. (67. S. II. Hauptst.)

Der Triangel ABK, verhält sich (nach dem 47. S. des II. Hauptst.) zum Triangel ABM, oder BOP,

der

der ihm gleich ist, wie der Triangel GHI zum Triangel FGH, weil BK in M, wie GI in F abgeschnitten worden ist.

Der Triangel GHF ist zur Figur GD, wie der Triangel BOP zur Figur BR: (70. S. II. Hauptst.) denn die Figuren GD und BR sind ähnlich, der Triangel GHI ist der Figur GD gleich gemacht worden; mithin ist der Triangel ABK oder der diesem gleiche ABC, der Figur BPQRO gleich.

Ein und vierzigste Aufgabe.

Eine Figur zu beschreiben, die der Figur HK ähnlich ist, welche eben so viel Raum hat als die Figur CE. (Fig. 42.)

Verwandelt die Figur CE in einen Triangel DLM. (15. Aufg.)

Verwandelt auch die Figur HK in den Triangel IOS.

Aus dem Triangel DLM machet den Triangel NLP in der Höhe des Triangels IOS. (8. Aufg.)

Verlängert OS gegen Q, und machet SQ gleich PL, der Grundlinie des Triangels NPL.

Ziehet SR, die mittlere Proportionallinie zwischen den Grundlinien QS, SO. (51. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet OR und ihre Parallelen FT, GV. Die Grundlinie SR wird in T, V, getheilet werden, wie SO in F, G. (51. S. II. Hauptst.)

Machet den Triangel SRY dem Triangel OSI ähnlich, und die verlangte Figur ZX wird ähnlich seyn der Figur HK. (29. Aufg. III. Hauptst.)

Die Linien OS, SR, SQ sind proportional; also ist der Triangel SRY, der IQS ähnlich gemacht worden ist, gleich ISQ. (67. S. II. Hauptst.)

Der Triangel SRY und das Fünfecke XZ zusammen genommen, sind dem Triangel IOS und dem Fünfecke HK auch zusammen, als wenn sie nur eine Figur wären, genommen, ähnlich gemacht worden, und (nach dem 70. S. II. Hauptst.) verhält sich das Fünfeck XZ zum Triangel SRY wie das Fünfeck HK zum Triangel OSI: das Fünfeck HK ist gleich dem Triangel IOS: mithin ist auch das Fünfek XZ dem Triangel SRY gleich, und folglich auch dem Triangel IQS; und da dieser der Figur CE gleich gemacht worden; so sind die Figur CE und das Fünfeck XZ gleich.

Zwey und vierzigste Aufgabe.

Einen Triangel zu beschreiben, der einem Zirkel ABD gleich ist. (Fig. 43.)

Ziehet den Radius CE, und die berührende Linie EF, welche der Peripherie des Zirkels gleich ist. (60. Aufg. III. Hauptst.)

Die Erfahrung lehrt uns, daß man keine berührende Linie ziehen kann; es muß uns dann vorkommen, als wälzte sich dieselbe durch den Raum etlicher Grade in der Peripherie des Zirkels. Wir können

also

also ohne merklichen Irrthum kleine Theile der Peripherie für gerade Linien annehmen. Dieses vorausgesetzt, so kommen wir zu unserm Beweise.

Die berührende Linie EF ist von so vielen kleinen gleichen Theilen durchschnitten, als sich bey der kleinsten Oeffnung des Zirkels in dem Umkraise des Zirkels befunden haben. (60. Aufgabe III. Haupst.) Wenn man also auf jeden dieser kleinen und gleichen Theile sowohl in der berührenden Linie, als auch in der Peripherie Triangel machte, deren Spitzen am Mittelpunkt C wären; so wären sie alle gleich; (43. S. II. Hauptst.) und wenn zum z. E. der Zirkel 400 solcher kleinen Triangel enthielte; so würde der Triangel CEF eben so viel enthalten. Folglich ist der Triangel dem Zirkel gleich. (75. S. II. Hauptst.)

Drey und vierzigste Aufgabe.

Andre Art einen Triangel zu beschreiben, der einem gegebnen Zirkel gleich ist. (Fig. 44.)

Beschreibet den gleichseitigen Triangel ABC, und das reguläre Neuneck AED, hinein.

Verlängert die Seiten BC, DE von beyden Seiten.

Machet BF gleich mit BA, und CG mit CA.

Machet auch DH den vier Seiten DBPOA gleich, und EI gleich DH, damit HI gleich sey den neun Seiten des Neunecks, wie FG den

dreyen Seiten des gleichseitigen Triangels gleich ist.

Ziehet den Durchmesser AS, und verlängert ihn gegen N.

Beschreibet durch die Punkte H, F, G, I, einen Bogen. (33. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet die Parallele oder die berührende Linie LSM; so wird sie dem Umkraise des Zirkels ABC gleich seyn.

Wenn ihr einen kleinen Theil nehmet, (60. Aufg. III. H.) so wird er sich so offt in der Peripherie als in der Tangente LM befinden.

Ziehet aus dem Mittelpunkte R die Linien RL, RM, der Triangel LMR ist der, den man verlangt hat, (vorherg. Aufg.)

Vier und vierzigste Aufgabe.

Den Triangel ABC in einen Zirkel zu verwandeln. (Fig. 45.)

Theilet die Grundlinie AB in D in zween gleiche Theile.

Richtet die Perpendicularlinie DE auf.

Ziehet CF parallel mit der Grundlinie AB.

Beschreibet aus F den Zirkel DOP.

Verwandelt diesen Zirkel in den Triangel FGH. (nach der vorhergehenden Aufgabe.)

Schnei-

Schneidet DI ab, als die mittlere Proportionallinie zwischen DA und DG. (52. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet IK parallel mit GF.

Beschreibet aus dem Punkt K den Zirkel DMN, und er wird dem Triangel ABC gleich seyn. Ziehet AF, BF.

Die Triangel DGF, DIK, sind einander ähnlich, (57. S. II. Hauptst.) also sind sie in doppeltem Verhältnisse mit ihren Seiten oder Perpendicularlinien, DF, DK; (66. S. II. Hauptst.) die Zirkel DOP, DMN sind es auch mit eben diesen Perpendicularlinien, welche ihre Radii oder Halbmesser sind. Wie sich also verhält der Triangel DFG zum Triangel DIK; so verhält sich der Zirkel DOP zum Zirkel DMN; und umgekehrt, wie sich der Triangel DFG verhält zum Zirkel DOP; so verhält sich der Triangel DIK zum Zirkel DMN: der Zirkel DOP ist doppelt so groß als der Triangel DFG; daher ist der Zirkel DMN auch doppelt so groß, als der Triangel DIK, welcher dem Triangel ADF gleich gemacht worden ist. (33. Aufg.) Der Triangel ABF ist doppelt so groß als der Triangel AFD: es ist also der Zirkel DMN gleich dem Triangel ABF, und mitthin auch dem gegebnen ABC, weil diese Triangel, ABF, ABC, gleich sind. (42. S. II. Hauptst.)

Fünf und vierzigste Aufgabe.

Auf eine gerade Linie GF eine Eylinie zu beschreiben, die dem Zirkel ABC gleich sey. (Fig. 46.)

Der Mittelpunkt des gegebnen Zirkels sey mitten in der Linie GF.

Aus diesem Punkt E richtet die Perpendicularlinie EC auf.

Ziehet CG, und theilet sie in H in zween gleiche Theile.

Ziehet auf CG die Perpendicularlinie HI.

Aus I beschreibet den halben Zirkel GCK.

Traget FK auf EC, aus E in M, und aus E in L.

Die geraden Linien GF, LM, werden die zween Durchmesser seyn, um welche ihr die verlangte Eylinie beschreiben könnet. (56. Aufgabe III. Hauptst.)

Die Halbmesser GE, EC, EM, oder EK, der ihm gleich ist, sind proportional; (51. Aufg. III. Hauptstück.) also sind es auch die Durchmesser GF, CD, LM.

Wenn man also voraus setzt, wie es denn ganz klar ist, daß sich der Zirkel CD zur Eylinie eben so verhält, wie ein Quadrat, das man auf den Durchmesser eben dieses Zirkels CD aufgerichtet hätte, zum Rectangulo zwischen dem grossen und kleinen Durchmesser der Eylinie; so kann ich schliessen, daß der Zirkel CD der Eylinie gleich ist, so wie das Quadrat dem Rectangulo gleich seyn würde. (64. S. II. Hauptst.)

Sechs

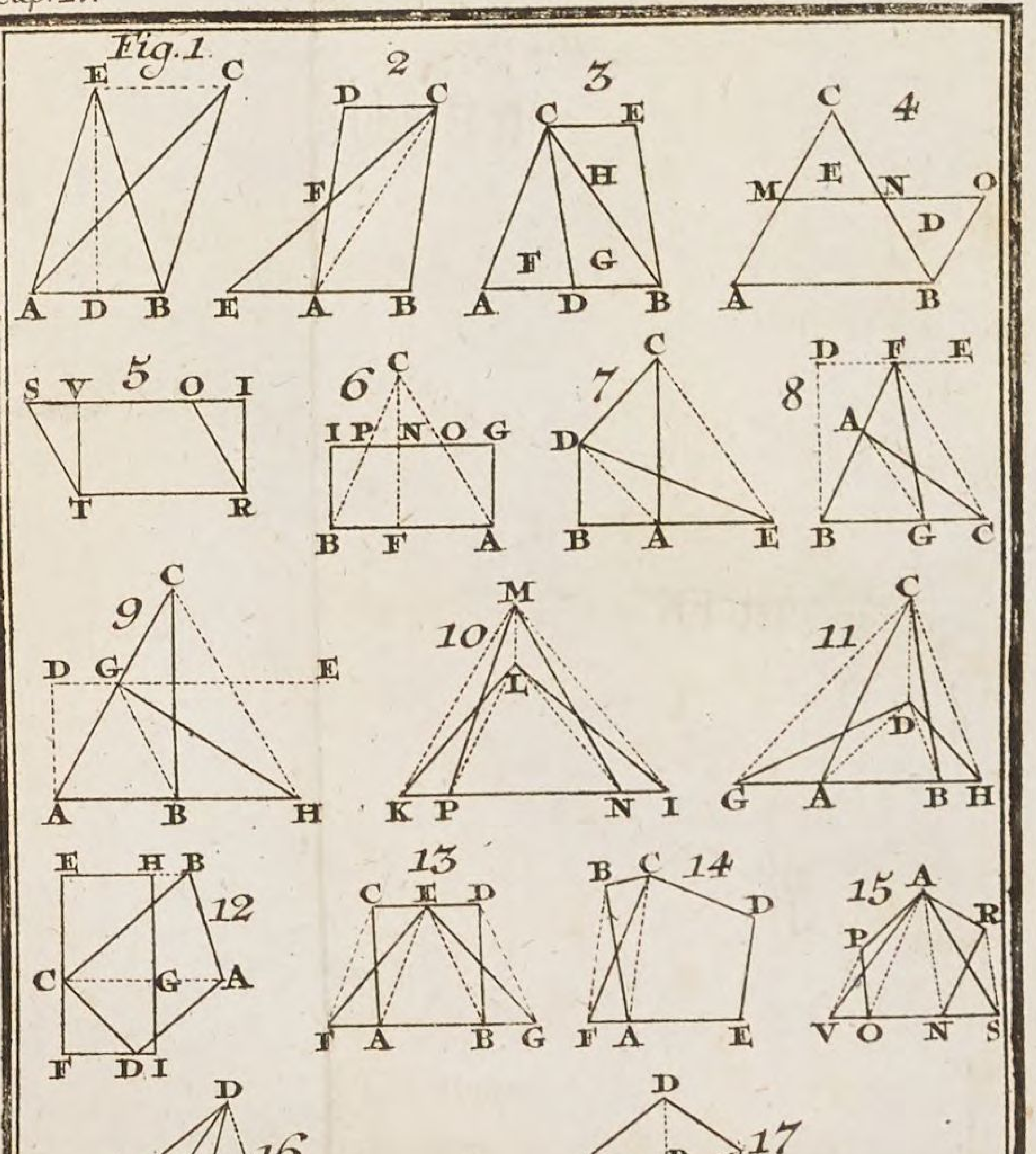
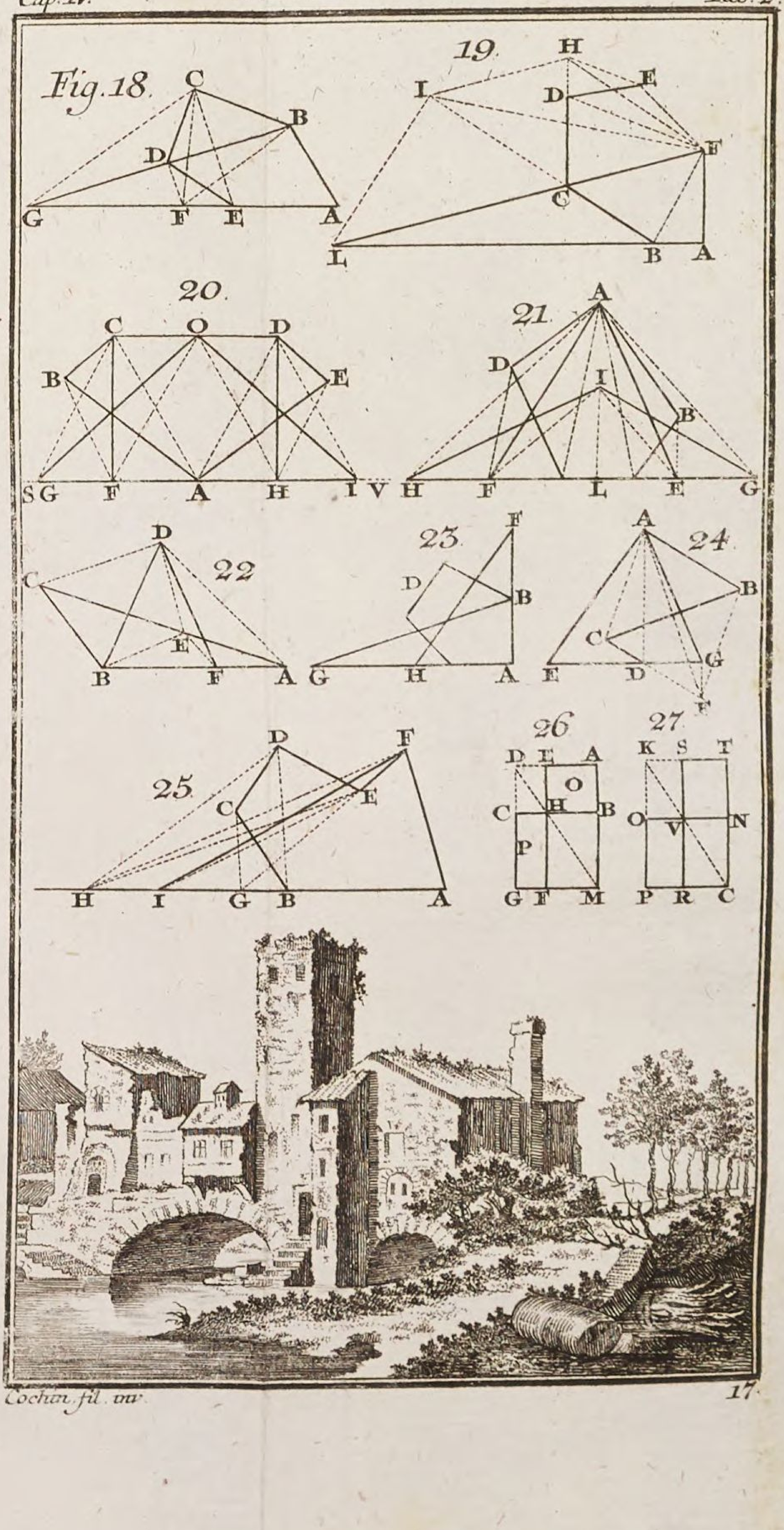


Fig. 1
E C
A D B
2
D C F
E A B
3
C E H F G
A D B
4
C M E N O D
A B
5
S V O I
T R
6
C
I P N O G
B F A
7
C D
B A E
8
D F E A
B G C
9
C D G E
A B H
10
M L
K P N I
11
C D
G A B H
12
E H B C G A
F D I
13
C E D
F A B G
14
B C D
F A E
15
A P R
V O N S
16
D A
C E B
17
D R
N A B M



Cochin fil. inv.

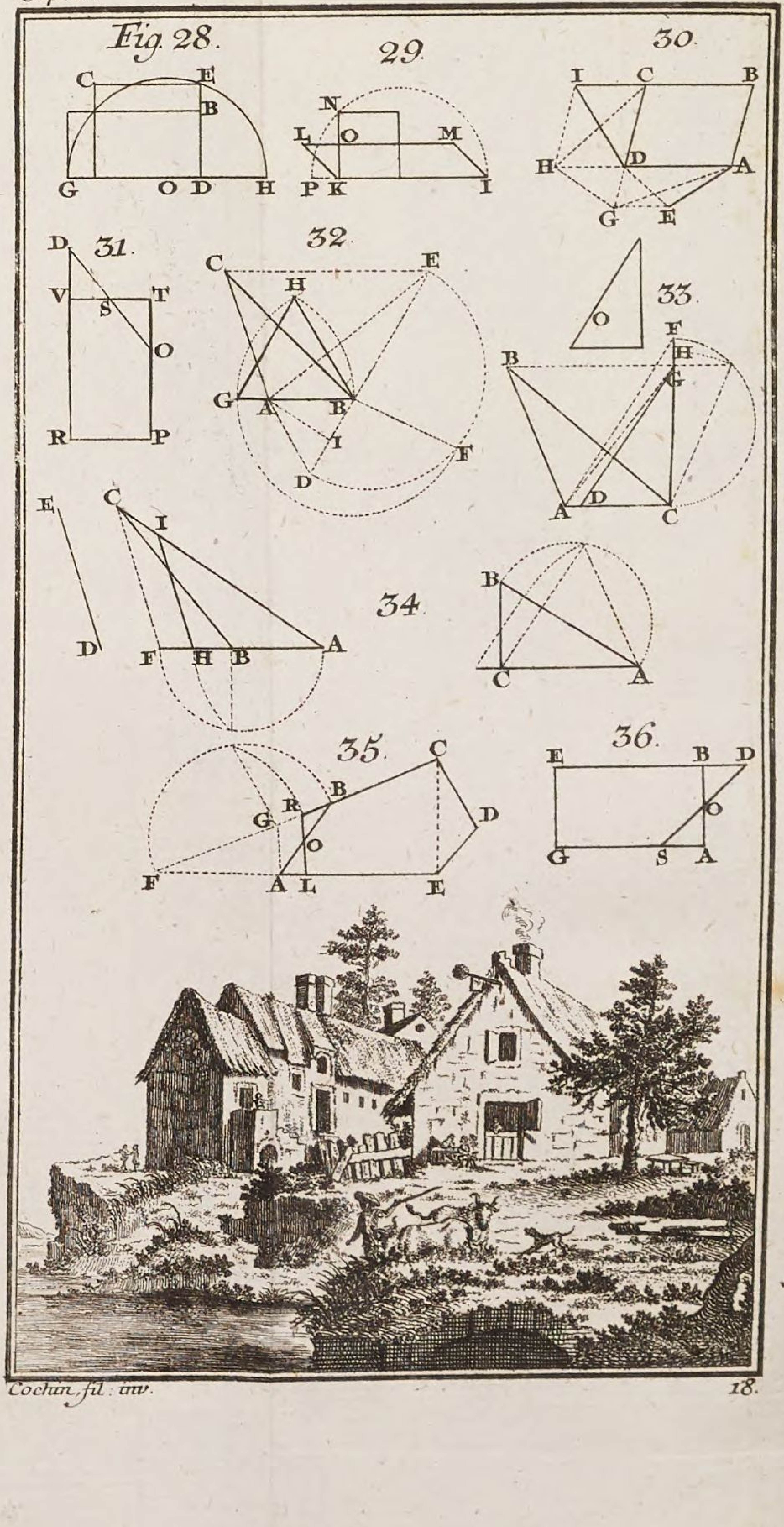
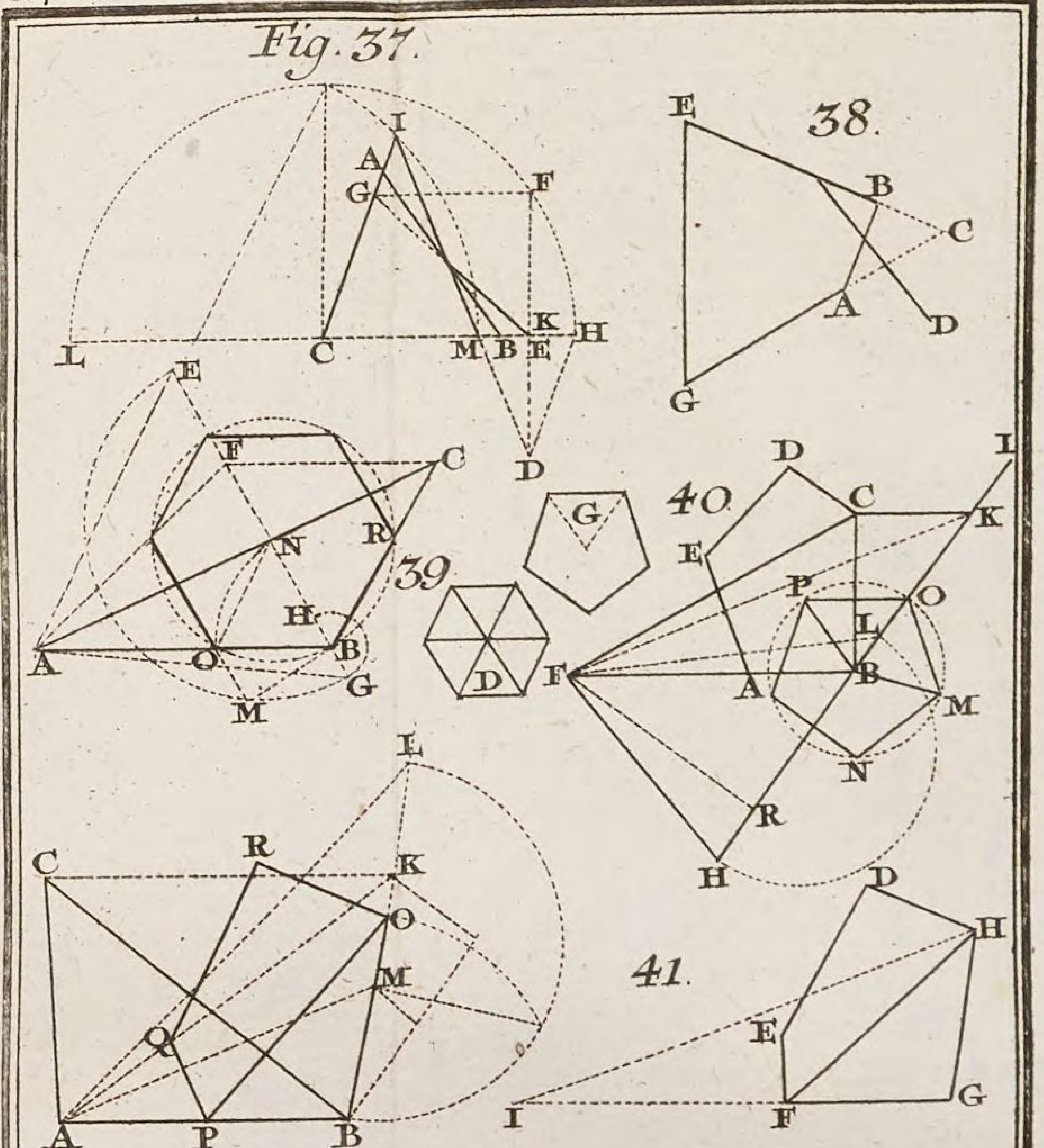


Fig. 28.
C E B G O D H
29.
N L O M P K I
30.
I C B H D A G E
31.
D V S T O R P
32.
C E H G A B I F D
33.
O F H B G A D C
E C I D F H B A
34.
B C A
35.
C B R G D O F A L E
36.
E B D O G S A



Cochin fil: inv:

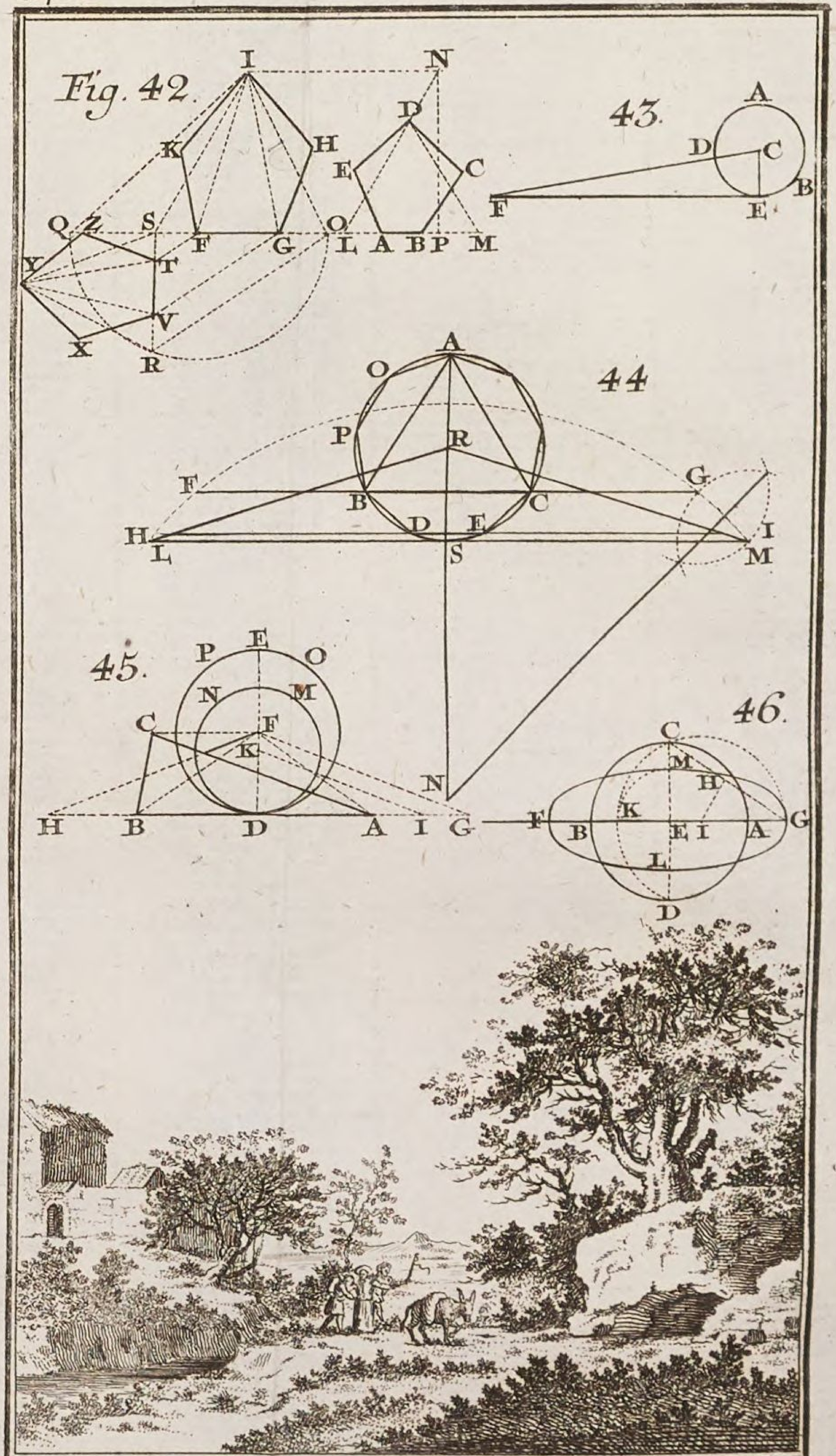


Fig. 42.
43.
44
45.
46.

Sechs und vierzigste Aufgabe.

Einen Zirkel zu beschreiben, der der Eylinie GLMF gleich ist. (Fig. 46.)

Zieht die Durchmesser GF, ML, welche sich mit rechten Winkeln in E durchschneiden. (57. Aufg. III. Hauptst.)

Schneidet EC ab, als die mittlere Proportionallinie zwischen den Durchmessern EG und EM oder EK, der ihm gleich ist. (51. Aufg. III. Hauptst.)

Beschreibet aus dem Mittelpunkte E den verlangten Zirkel ABDC.

Der Beweis ist der vorhergehende, nur umgekehrt.

Fünftes

Fünftes Hauptstück.

Theilung der Figuren.

Erste Aufgabe.

Den Triangel ABC, in drey gleiche Theile zu theilen, durch Linien, die aus dem Winkel C gezogen werden. (Fig. 1.)

Theilet die Grundlinie AB in drey gleiche Theile ADEB.

Ziehet die Linien CD, CE; so ist die verlangte Theilung geschehen. (43. §. II. Hauptst.)

Zweyte Aufgabe.

Eine vierseitige Figur BD, durch eine aus dem Winkel C gezogene Linie in zween gleiche Theile zu theilen. (Fig. 2.)

Verwandelt die vierseitige Figur in den Triangel BCE. (7. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet

Theilet die Grundlinie BE in F in zween Theile; so wird die Linie CF die verlangte Theilung seyn.

Der Triangel BCE ist der vierseitigen vorgegebenen Figur gleich gemacht worden: BCF ist die Hälfte des Triangels BCE, und mitthin die Hälfte der vierseitigen Figur BD.

Dritte Aufgabe.

Die vierseitige Figur AC, durch eine aus dem Winkel B gezogene Linie in zween Theile zu theilen. (Fig. 3.)

Verwandelt die vierseitige Figur in den Triangel BCE.

Theilet ihn durch die Linie BF, in zween gleiche Theile.

Ziehet BD, ihre Parallele FG, und die Linie BG, welche die vierseitige Figur theilen wird.

Wenn man den Triangel BDG für den ihm gleichen BDF setzt; so ist die vierseitige Figur GBCD gleich dem Triangel BCF.

Vierte Aufgabe.

Eine vierseitige Figur AC, durch zwo aus dem Winkel D gezogene Linien in drey gleiche Theile zu theilen. (Fig. 4.)

Ziehet

Ziehet AC, und theilet sie in drey gleiche Theile AEHC, d. i. theilet diese Linie in so viel Theile als die vierseitige Figur haben soll.

Ziehet BD, ihre Parallellinien EI, HL, und DI, DL, welche die verlangte Theilung machen werden.

Die Linien DE, DH, BH, BE, theilen die Triangel ACD, ACB, jeden in drey gleiche Triangel. (4 und 43. S. II. Hauptst.) Die vierseitige Figuren ABED, EDHB, HDCB sind gleich, und ist jede ein Drittel von der vierseitigen Figur ABCD.

Die Linie EI ist parallel mit BD geführet worden, mitthin sind die Triangel EID, EIB, welche einerley Grundlinie EI haben, einander gleich. Wenn man von denselben, EIO als den gemeinschäfftlichen wegnimmt; so bleibt DEO gleich BIO übrig; und wenn man einen an die Stelle des andern setzt; so ist AID gleich der vierseitigen Figur ABED.

Wenn man auf gleiche Weise den Triangel DHS an die Stelle des ihm gleichen BLS thut; so ist der Triangel CDL der vierseitigen Figur BCDH gleich.

Endlich, weil der Triangel BLS dem Triangel DHS gleich ist, wie der Triangel BIO dem Triangel DEO; so ist auch die vierseitige Figur BIDL der andern EDHB gleich.

Fünfte

Fünfte Aufgabe.

Linien aus dem Winkel A zu führen, welche das Fünfeck CD in drey gleiche Theile theilen. (Fig. 5.)

Verwandelt das Fünfeck in den Triangel AFG. (15. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet die Grundlinie FG in drey gleiche Theile FHIG.

Ziehet aus dem Winkel A die begehrten Linien AH, AI.

Der Triangel AFG ist dem Fünfecke CD gleich gemacht worden; und die Linien AH, AI, theilen ihn in drey gleiche Triangel: daher ist der gemeinschäfftliche Triangel AIH das Drittel des Fünfeckes CD, wie er ein Drittheil von dem Triangel AFG ist.

Die Triangel ABC, ABF, sind gleich (42. S. II. H.) und den gemeinschäfftlichen ABH darzu genommen; so ist die vierseitige Figur ACBH gleich dem Triangel AFH.

Auf gleiche Manier ist die vierseitige Figur AIED gleich dem Triangel AIG.

Sechste Aufgabe.

Ein Fünfeck BM durch Linien aus dem Punkt A gezogen, in vier gleiche Theile zu theilen. (Fig. 6.)

Ver-

Verwandelt das gegebene Fünfeck in den Triangel ABF. (18. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet die Grundlinie BF in vier gleiche Theile 1, 2, 3, 4.

Ziehet AC und ihre Parallelen 22, 33.

Aus den Punkten 1, 2, 3, welche in den Seiten der Figur sind, ziehet Linien gegen den Winkel A; so werden dieselben die verlangte Theilung bewerkstelligen.

1. Da der Triangel ABO der vierte Theil des Triangels ABF ist, der dem Fünfecke BM gleich gemacht worden ist; so ist er auch von eben diesem Fünfecke der vierte Theil.

2. Man nehme die Linie AG an; so sind die Triangel ACH und ACG gleich; (42. S. II. Hauptst.) und wenn man den gemeinschäfftlichen Triangel ABC hinzunimmt; so ist die vierseitige Figur ABCH die Hälfte des Fünfeckes BM, wie der Triangel ABG die Hälfte des Triangels ABF enthält.

Endlich, so sind auch die Triangel ACL, ACN, gleich, und der Triangel ABC ist ihnen gemeinschäfftlich: daher ist die vierseitige Figur ABCN, dem Triangel ABL gleich: dieser enthält drey Theile des Triangels ABF; folglich enthält die vierseitige Figur ABCN drey Theile des vorgegebnen Fünfeckes.

Sie-

Siebende Aufgabe.

Eine Figur BC, durch Linien, die gegen den Winkel A gezogen werden, in sechs gleiche Theile zu theilen. (Fig. 7.)

Verwandelt diese Figur in den Triangel ABI. (19. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet die Grundlinie BI in sechs gleiche Theile, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Verlängert GH gegen N, GF gegen O, FE gegen P.

Ziehet AH, und ihre Parallelen 22, 33, 44, 55.

Ziehet AG und ihre Parallelen 33, 44, 55.

Ziehet AF und ihre Parallelen 44, 55.

Ziehet auch AE und ihre Parallele 55.

Wenn ihr aus den Punkten 1, 2, 3, 4, 5, welche in den Seiten der Figur einander begegnen, Linien zum Punkt A ziehet; so habt ihr die verlangte Theilung.

Man nehme die Linien AM, AN, AO, AP an. Da die Linien, AH, MN parallel sind; so ist der Triangel AHN gleich AHM. (42. S. II. Hauptst.)

Auf gleiche Weise ist AGO gleich AGN; AFP gleich AFO, und AER gleich AEP: so schneidet also die Linie AR von der vorgegebnen Figur, den Theil ABHGFER, der dem Triangel ABM gleich ist.

Der Triangel ABI ist der vorgegebnen Figur gleich gemacht worden; folglich ist der Triangel ARC gleich dem Triangel AIM. (5. S. II. Hauptst.)

Der Triangel AIM ist der sechste Theil des Triangels ABI, also ist ARC der sechste Theil der gegebnen Figur.

Eben so oder auch nach der vorhergehenden Aufgabe können die andern Theilungen bewiesen werden.

Achte Aufgabe.

Aus dem Winkel A eine Linie zu ziehen, welche die Figur BCE in zween gleiche Theile theilet. (Fig. 8.)

Verwandelt die Figur CBE in den Triangel ABG.

Schneidet BG in zween gleiche Theile in I.

Der Triangel ABI wird die Hälfte der vorgegebnen Figur ausmachen.

Verlängert CD gegen H.

Ziehet AC, ihre Parallele IH, die Linie AH, und setzet den Triangel ACH an die Stelle des Triangels ACI, der ihm gleich ist.

Ziehet AD, ihre Parallele HL, und wenn der Triangel ADL für den ihm gleichen ADH gesetzet wird; so wird die Linie AL die verlangte Theilung machen.

Neunte

Neunte Aufgabe.

Eine Figur BE durch eine Linie aus dem Winkel A, in zween gleiche Theile zu theilen. (Fig. 9.)

Verwandelt diese Figur in den Triangel AEF. (24. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet die Grundlinie in G in zween Theile und ziehet AG.

Wenn der Triangel AGE gänzlich in der vorgegebnen Figur BE wäre; so wäre die Theilung fertig: aber da der Theil CIH noch ausserhalb desselben ist, so muß er hineingebracht werden, wie folget.

Ziehet die Linie CG, ihre Parallele DL, die Linie LC, darnach leget den Triangel IDG an die Stelle des ihm gleichen ICL.

Ziehet auch AC, ihre Parallele LO, darnach setzet den Triangel AOH für den Triangel CHL, der ihm gleich ist, so wird die Linie AO die verlangte Theilung bewerkstelligen.

Zehende Aufgabe.

Einen Triangel ABC durch Linien, die zum Punkte D gezogen werden, in drey gleiche Theile zu theilen. (Fig. 10.)

Theilet die Grundlinie AB in drey gleiche Theile AFEB.

Ziehet CD, und ihre Parallelen EG, FH.

Ziehet die Linien DG, DH, diese werden den Triangel theilen.

Die Linien CE, CF, die man annimmt, theilen den Triangel ABC in drey gleiche Triangel.

Setzet den Triangel EGD an die Stelle des ihm gleichen Triangels EGC; so wird BDG gleich seyn dem Triangel BCE..

Aus eben dieser Ursache wird ADH gleich seyn dem Triangel ACF, und DGCH gleich CEF.

Eilfte Aufgabe.

Ein Fünfeck RS, durch Linien aus dem Punkte F gezogen, in drey gleiche Theile zu theilen. (Fig. 11.)

Verwandelt dieses Fünfeck in den Triangel DCH. (15. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet CH in drey gleiche Theile CABH.

Ziehet DF, und ihre Parallelen AG, BE.

Ziehet die Linien FG, FE; diese werden das Fünfeck theilen. (nach der vorhergehenden Aufgabe.)

Zwölfte Aufgabe.

Aus dem Punkt G eine Linie zu ziehen, welche die Figur ACF in zween gleiche Theile theilet. (Fig. 12.)

Verwandelt die vorgegebne Figur in den Triangel BCH. (25. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet die Grundlinie BH in I in zween Theile, und der Triangel BCI wird die Hälfte des Triangels BCH seyn.

Ziehet DI, ihre Parallellinie CK, und die Linie IK, welche die Figur AC in zween gleiche Theile theilen wird: denn, wenn man den Triangel DIK für den ihm gleichen DKC hinsetzt; so ist der Theil IKDCBI dem Triangel BCI gleich.

Ziehet GK, ihre Parallele IL, und die Linie GL; darnach leget den Triangel GKL an die Stelle des Triangels GKI, der ihm gleich ist.

Ziehet GE, ihre Parallele LM, und die Linie GM, welche die begehrte Theilung bewerkstelligen wird, wenn man den Triangel GEM für den ihm gleichen GEL setzt.

Dreyzehende Aufgabe.

Das Fünfeck ABO in drey gleiche Theile zu theilen, durch Linien, die aus dem Punkte F gezogen werden, so daß die Linie AF eine aus den Theilungen mache. (Fig. 13.)

Verwandelt das Fünfeck in den Triangel FGH. (21. Aufg. IV. Hauptst.)

Machet AD gleich HK, dem dritten Theile der Grundlinie GH, und der Triangel ADF wird ein Drittheil des Triangels FGH ausmachen.

Ziehet FI, ihre Parallele DE, die Linie EF, und wenn der Triangel FIE an die Stelle des ihm gleichen FID geleget wird; so wird die vierseitige Figur AFEI ein Drittheil des Fünfeckes seyn.

Machet AL, mit AD gleich, so ist der Triangel ALF dem Triangel ADF, dem Drittheile des Triangels FGH, gleich.

Verlängert AO gegen M: ziehet LM parallel mit AF: und wenn man die Linie FM annimmt; so wird der Triangel AFM dem Triangel AFL gleich seyn.

Ziehet FO, ihre Parallele MN, die Linie FN, und wenn man den Triangel FON an die Stelle des ihm gleichen FOM setzet; so wird die vierseitige Figur AFNO, dem Triangel AFL gleich seyn.

Vierzehende Aufgabe.

Das reguläre Fünfeck ACE, durch Linien, die aus dem Mittelpunkte B gezogen werden, in drey gleiche Theile zu theilen. (Fig. 14.)

Theilet den Umfang des Fünfeckes in den Punkten A, L, M, in drey gleiche Theile. (59. Aufg. III. Hauptst.)

Aus diesen Punkten A, L, M, ziehet Linien zu dem Mittelpunkte B, diese werden das Fünfeck theilen.

Es

Es sey jedwede Seite des Fünfeckes in drey gleiche Theile abgetheilt, und von jedwedem dieser Theile führe man Linien zu dem Mittelpunkte B. Das Vieleck wird in 15 kleine Triangel getheilt werden, welche gleich sind, weil sie von einerley Höhe sind. Daher ist es klar, daß die Linien BA, BL, BM zwischen sich drey Theile begreifen, deren jeder fünf dieser kleinen Triangel enthält: daher sind diese drey Theile gleich. (75. Def. I. Hauptst.)

Fünfzehende Aufgabe.

Den Triangel ABC in drey gleiche Theile zu theilen, und dieses durch Linien, die zum Punkt D, der ausser dem Triangel angenommen wird, gezogen werden. (Fig. 15.)

Theilet den vorgegebnen Triangel in drey gleiche Theile durch die Linien CE, CF. (1. Aufgabe.)

Richtet CE, die Seite des Triangels BCE gegen D; (36. Aufg. IV. Hauptst.) so habt ihr den Triangel BGH, für den Triangel BCE.

Desgleichen richtet CF, die Seite des Triangels ACF gegen den Punkt D; so habt ihr AIK für ACF, und GIKCH, für CEF.

Sechszehende Aufgabe.

Ein Parallelogrammum BD, durch Linien gegen den Punkt E gezogen, in vier gleiche Theile zu theilen. (Fig. 16.)

Theilet die Seiten AD, BC, jede in zween gleiche Theile in F, G.

Ziehet FG und theilet sie in vier gleiche Theile FHIKG.

Ziehet die Linien EKN, EIM, EHL: diese werden das Parallelogrammum theilen.

Man nehme die Linien TP, VM, XO parallel mit AD an, so werden sie das Parallelogrammum BD in vier andre gleiche Parallelogramma BX, OV, MT, PD theilen: (41. S. II. Hauptst.) und wenn man den Triangel KXY an die Stelle des ihm gleichen KNO setzt; (59. S. II. Hauptst.) so ist die Figur BCYN gleich dem Parallelogrammo BCXO.

Auf gleiche Weise ist die vierseitige Figur MNYV gleich dem Parallelogrammo MOXV, und also auch mit den andern.

Siebzehende Aufgabe.

Aus dem Punkt F Linien zu ziehen, welche das Fünfeck ABD in drey gleiche Theile theilen. (Fig. 17.)

Verwandelt das Fünfeck in den Triangel DGH. (15. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet die Grundlinie GH in drey Theile in K, L, und ziehet DL, DK, diese werden das Fünfeck in drey gleiche Theile theilen. (5. Aufg.)

Verlängert die Seiten AB, DC in I.

Rich=

Richtet DL, die Seite des Triangels DLI gegen den Punkt F, (36. Aufg. IV. Hauptst.) d. i. machet aus dem Triangel DLI den Triangel POI, der die Seite PO gegen F gerichtet hat.

Eben so machet den Triangel ENR gleich dem Triangel DEK.

Achtzehende Aufgabe.

Den Triangel ABC in drey gleiche Theile zu theilen, durch Linien welche gegen die Punkte D, E gezogen werden, welche Punkte in der Grundlinie AB, angenommen werden, die dadurch in drey ungleiche Theile getheilt wird. (Fig. 18.)

Theilet AB in N, O, in drey gleiche Theile, und die Linien CO, CN werden den Triangel ABC in drey gleiche Triangel CBN, CNO, COA, theilen.

Ziehet CD, ihre Parallele OG, und die Linie DG.

Setzet den Triangel GOD an die Stelle GOC, der ihm gleich ist, und ADG wird dem Triangel ACO gleich seyn.

Ziehet CE, ihre Parallele NH und die Linie EH.

Leget den Triangel NHE an die Stelle des ihm gleichen NHC; so wird der Triangel AEH

den zween Triangeln AOC, ONC gleich seyn, d. i. dem einzigen Triangel ANC: und die vierseitige Figur BCHE wird dem dritten Triangel BCN gleich seyn. (5. S. II. Hauptst.)

Neunzehende Aufgabe.

Das Trapezium AC, das die gegebnen Seiten AB, CD parallel hat, wird gegeben, um in drey Theile getheilt zu werden durch die Punkte E. F, welche die Grundlinie AB in drey gleiche Theile theilen. (Fig. 19.)

Theilet CD wie AB, d. i. in drey gleiche Theile: alsdann ziehet die Linien FH, EG, so ist die verlangte Theilung geschehen. (49. S. II. H.)

Zwanzigste Aufgabe.

Das Trapezium HK hat parallele Seiten IH, KS; man soll es in drey gleiche Theile durch die Punkte L, M, theilen, welche die Grundlinie H, ungleich theilen. (Fig. 20.)

Theilet die parallelen Seiten HI, KS jede in den Punkten D, N, R, O, in drey gleiche Theile: so werden die Linien DR, NO, das vorgegebene Trapezium in drey gleiche vierseitige Figuren IKDR, RDNO, ONSH abtheilen. (nach der vorhergehenden Aufgabe.)

Ziehet DM, ihre Parallele RT, und leget den Triangel DMT an die Stelle DMR, der ihm

ihm gleich ist, so wird die Linie MT die vierseitige Figur IMTK gleich der andern IRDK abtheilen.

Ziehet LN, ihre Parallele OP, und die Linie LP, diese wird die vierseitige Figur ILPK der andern IONK gleich abschneiden, und es wird übrig bleiben LPSH, gleich der vierseitigen Figur ONSH. (5. S. II. Hauptst.)

Ein und zwanzigste Aufgabe.

Aus D und C, die nach Belieben in der Grundlinie AI angenommen werden können, die vierseitige Figur AB in drey gleiche Theile zu theilen. (Fig. 21.)

Verwandelt die vorgegebne vierseitige Figur in den Triangel AEF. (7. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet die Grundlinie AF in drey gleiche Theile FVGA: die Linien EG, EV werden den Triangel AEF in drey gleiche Triangel zertheilen.

Ziehet CE, ihre Parallele GH, die Linie CH, und setzet den Triangel CEH an die Stelle CEG, der ihm gleich ist; so wird die vierseitige Figur ACHE dem Triangel AGE gleich seyn.

Ziehet DE, ihre Parallele VT, die Linie DT.

Leget den Triangel DET an die Stelle des ihm gleichen DEV, so wird die vierseitige Figur ADTE gleich seyn dem Triangel AEV: und die vierseitige Figur DIBT wird dem Triangel EFV gleich seyn. (5. S. II. Hauptst.)

Zwey

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

Aus dem Punkte D eine Figur BV in zween Theile zu theilen, welche sich zusammen, wie die zween Theile der Linie RS, verhalten. (Fig. 22.)

Verwandelt die Figur BV in den Triangel BCK. (19. Aufg. IV. Hauptst.)

Theilet BK in M, wie RS in E getheilt worden ist. (48. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet CM, und die Triangel BCM, MCK sind unter sich wie ihre Grundlinien, d. i. wie die Theile der Linie RS. (47. S. II. Hauptst.)

Verlängert die Seite CP gegen O.

Ziehet CD, ihre Parallele MO, die Linie DO, und leget den Triangel CDO an die Stelle des ihm gleichen CDM.

Ziehet DP, ihre Parallele OI, und die Linie DI, diese wird die verlangte Theilung bewerkstelligen: denn, so der Triangel DPI an die Stelle des ihm gleichen DPO geleget wird; so ist der Theil BI dem Triangel BCM, und der Theil DV dem Triangel MCK gleich. (5. S. II. H.)

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Die Figur CF nach drey gleichen Theilen AILB in drey gleiche Theile zu theilen. (Fig. 23.)

Ver-

Verlängert an beyden Enden die Seite DE, welche mit der Grundlinie AB parallel ist.

Verwandelt die Figur CF in die vierseitige Figur ABGH.

Theilet GH in drey gleiche Theile GNOH.

Ziehet die Linien IN, LO, diese werden die vierseitige Figur ABGH in drey gleiche vierseitige Figuren abtheilen, als GAIN, NILO, OLBH. (49. S. II. Hauptst.)

Ziehet DL, ihre Parallele OP; so werden die Linien IN, LP wie mans verlangt, die Figur theilen.

Da das Trapezium EAIN den zween gleichen Triangeln AEG, AEF gemein ist; so ist der erstere Theil AINEF, der vierseitigen Figur AING gleich.

Ferner, wenn zu den zween gleichen Triangeln LDP, LDO das Trapezium ILDN genommen wird; so ist der andre Theil ILPDN gleich der vierseitigen Figur ILON, und (nach dem 5. S. II. Hauptst.) ist der dritte Theil LBCP gleich der vierseitigen Figur LBHO.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Die Figur CF in zween Theile zu theilen, welche sich zu einander verhalten, wie die Theile AN, NB, der Grundlinie AB.

(Fig. 24.)

Ziehet durch den Punkt E die Linie OH parallel mit AB.

Ver-

Verwandelt die vorgegebne Figur CF in ein Trapezium ABHO.

Verlängert HB, OA bis sie in P einander begegnen.

Ziehet aus P, PNI, diese wird in I, OH theilen, wie AB in N getheilt worden ist, (46. Aufg. III. Hauptst.) und die vierseitigen Figuren ANIO, BNIH werden unter sich seyn, wie ihre Grundlinien AN, BN. (49. S. II. Hauptst.)

Ziehet EN, ihre Parallele IL, und darnach LN, diese wird die Figur nach Verlangen theilen.

Wenn man zu den gleichen Triangeln BEH, BEF, den gemeinschäfftlichen Triangel BEN hinzunimmt; so werden die vierseitigen Figuren BNEH, BNEF gleich seyn. Wenn man von denselben die gleichen Triangel ENI, ENL hinwegnimmt; nämlich ENI von der vierseitigen Figur BNEH, und ENL von der vierseitigen Figur BNEF; so bleibt übrig die vierseitige Figur BNLF, gleich der andern BNIH; und da die vorgegebne Figur CF dem Trapezio ABOH gleich ist; so wird auch sein Theil NLC, übrig bleiben, und gleich seyn der vierseitigen Figur ANIO: daher theilt die Linie NL, die Figur CF, wie ABOH durch NI getheilt wird; nämlich in zween Theile die unter einander sind, wie ihre Grundlinien AN, BN.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Den Triangel ABC durch Linien, die mit der Seite AC parallel sind, in drey gleiche Theile zu theilen.
(Fig. 25.)

Theilet AB in drey gleiche Theile AEDB, und die Linien CE, CD werden den Triangel ABC in drey gleiche Triangel theilen.

Beschreibet den halben Zirkel AGB.

Richtet die Perpendicularlinien EH, DG auf.

Aus dem Punkte B beschreibet die Bogen HP, GR.

Ziehet die verlangten Parallelen PF, RV.

Der Triangel ABC ist in drey gleiche Triangel durch CE, CD getheilet worden. Der Triangel BPF ist gleich BCE; BRV aber gleich BCD. (33. Aufg. IV. Hauptst.)

Sechs und zwanzigste Aufgabe.

Das Parallelogrammum AC durch Linien, die mit den Seiten AD, BC parallel sind, in drey gleiche Theile zu theilen.
(Fig. 26.)

Theilet die Seiten AB, CD, jedwede in den Punkten E, F, G, H, in drey gleiche Theile.

Ziehet die Linien EG, FH, diese werden es theilen. (41. S. II. Hauptst.)

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

Es wird gegeben ein reguläres Trapezium AIML, dieses soll durch Linien oder Schnitte, die mit der Seite AL parallel sind, in drey gleiche Theile abgetheilt werden. (Fig. 27.)

Theilet die Seiten AL, IM in den Punkten O, P, jede in zween gleiche Theile.

Ziehet die Linie OP, und theilet sie in drey gleiche Stücke, P, S, R, O.

Ziehet durch die Punkte S, R, die verlangten Parallelen xz, vy.

Die Linie NOG sey parallel mit VY. Die Parallelogramma AX, ZV, YN sind gleich: (41. S. II. H.) der Triangel GIO ist gleich dem Triangel MNO: (59. S. II. Hauptst.) wenn man also einen anstatt des andern setzt; so ist das Trapezium IYVM gleich dem Parallelogrammo NVYG.

Acht und zwanzigste Aufgabe.

Die vierseitige Figur ABCD durch eine mit der Seite BD parallele Linie in zween gleiche Theile zu theilen. (Fig. 28.)

Verlängert die Seiten AB, CD, bis in E.

Verwandelt die gegebene vierseitige Figur in den Triangel BDF. (7. Aufg. IV. Hauptst.)

Thei-

Theilet die Grundlinie BF in G in zwey gleiche Stücke.

Schneidet ab EI, die mittlere Proportionallinie zwischen EG und EB (52. Aufg. III. H.)

Ziehet IL parallel mit BD, so wird sie die vierseitige Figur gleich entzwey theilen.

Die Triangel ADF, ADC sind gleich. Wenn man von denselben den gemeinschäfftlichen Triangel ADO hinwegnimmt; so bleiben die einander gleichen Triangel DOC, AFO übrig. Wenn man zu diesen Triangeln die vierseitige Figur CEFO hinzu thut; so ist der Triangel ACE dem Triangel DEF gleich. (4. S. II. Hauptst.)

Die Linien EG, EI, EB sind proportional: die Triangel EGD und EBD sind von gleicher Höhe: mitthin ist der Triangel ILE, welcher dem Triangel BED ähnlich ist, (57. S. II. Hauptst.) dem Triangel DEG gleich. (67. S. II. Hauptst.)

Wenn man also von diesen gleichen Triangeln EGD und EIL, die gleichen wegnimmt, nämlich DEF vom Triangel EGD, und ACE von EIL; so bleibt übrig ACLI gleich DFG, der Hälfte des Triangels BDF, welcher der vierseitigen Figur BC gleich gemacht worden ist. Folglich u. s. w.

Neun und zwanzigste Aufgabe.

Eine vierseitige Figur AC durch eine mit der Seite BC parallele Linie in zween gleiche Theile zu theilen. (Fig. 29.)

Verwandelt die gegebne vierseitige Figur in den Triangel ADF.

Theilet AF in G in zwey gleiche Stücke, und ziehet GD.

Verlängert die Seiten AB, CD in E.

Ziehet GI parallel mit BC.

Schneidet EL ab, die mittlere Proportionallinie zwischen EI und ED. (52. Aufg. III. H.)

Ziehet die verlangte Linie LM parallel mit BC.

Die Triangel DEG, IEG sind in Ansehung ihrer Grundlinien DE, EI von gleicher Höhe. Der Triangel ELM ist ähnlich dem Triangel GEI, mitthin ist er gleich DEG. (67. S. II. H.)

Der Triangel BDF ist dem Triangel BDC gleich gemacht worden: daher sind SCD, BFS gleich: und wenn man die vierseitige Figur CEFS hinzu thut; so ist DEF gleich BCE: nimmt man aber DEF von DEG, und BCE von ELM hinweg; so bleibt BCLM gleich dem Triangel DFG, übrig.

Der Triangel AFD ist der vierseitigen Figur AC gleich gemacht worden: DFG ist die Hälfte von AFD: mitthin ist BCLM, das gleich ist DFG, die Hälfte der vierseitigen Figur AC.

Dreyßigste Aufgabe.

Ein reguläres Sechseck AD in vier gleiche Theile durch Linien, die mit der Diagonallinie CF parallel sind, zu theilen. (Fig. 30.)

Thei-

Theilet die Trapezia ABCF, CDEF, jedes in zween gleiche Theile. (28. Aufg.)

Ein und dreyßigste Aufgabe.

Ein Sechseck ABD in drey gleiche Theile von einerley Mittelpunkte, zu theilen. (Fig. 31.)

Ziehet aus dem Mittelpunkte G, Radios in alle Winkel des Sechseckes.

Theilet einen davon z. E. AG, in drey gleiche Stücke AHIG.

Schneidet NG ab, als die mittlere Proportionallinie zwischen GA und GI.

Schneidet auch GO ab, die eben das ist, zwischen GA und GH. (52. Aufgabe III. Hauptst.)

Ziehet von Radio zu Radio die Parallelen NNN, OOO; diese werden die verlangte Theilung bewerkstelligen.

Die Parallelen NN, OO, theilen den Triangel DGC, in drey gleiche Theile, (25. Aufg.) und die andern Triangel sind gleichfalls so getheilt worden, (51. S. II. Hauptst.) folglich ist das Sechseck in drey gleiche Theile getheilt worden. (4. S. II, Hauptst.)

Zwey und dreyßigste Aufgabe.

Aus einem Quadrate AC drey unter einander gleiche zu machen.
(Fig. 32.)

Theilet CD in drey gleiche Stücke DEFC.

Beschreibet den halben Zirkel DNC.

Bey der ersten Theilung E richtet die Perpendicularlinie EN auf, und das Quadrat von DN wird gleich seyn dem Rectangulo AE: (45. S. II. Hauptst.) da nun dasselbe ein Drittheil vom Quadrate AC ausmacht; so sind die drey Quadrate wie LN, zusammengenommen, dem nämlichen Quadrate AC gleich.

Eben das versteht sich auch von allen andern Figuren, (71. S. II Hauptst.) so ist das Sechseck O (Fig. 33.) ein Drittheil des Sechseckes P, und der Zirkel X (Fig. 34.) ist dreymal grösser, als der Zirkel V.

Drey und dreyßigste Aufgabe.

Aus einem Quadrate AC drey andre zu machen, die unter sich sind wie die Rectangula AE, RF, VC.
(Fig. 35.)

Beschreibet den halben Zirkel DOC.

Richtet die Perpendicularlinie EH auf, und DH wird die Seite eines Quadrates seyn,
das

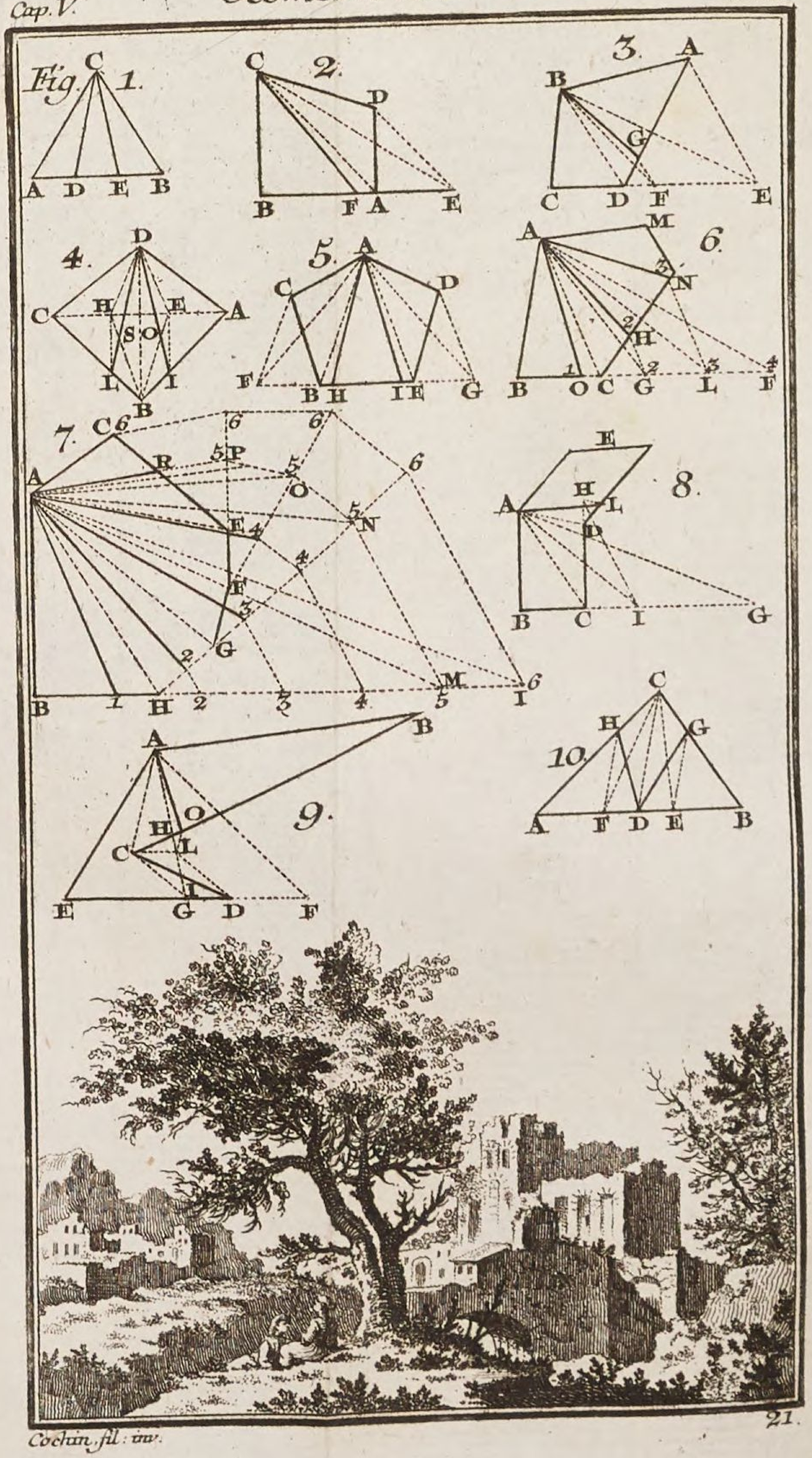
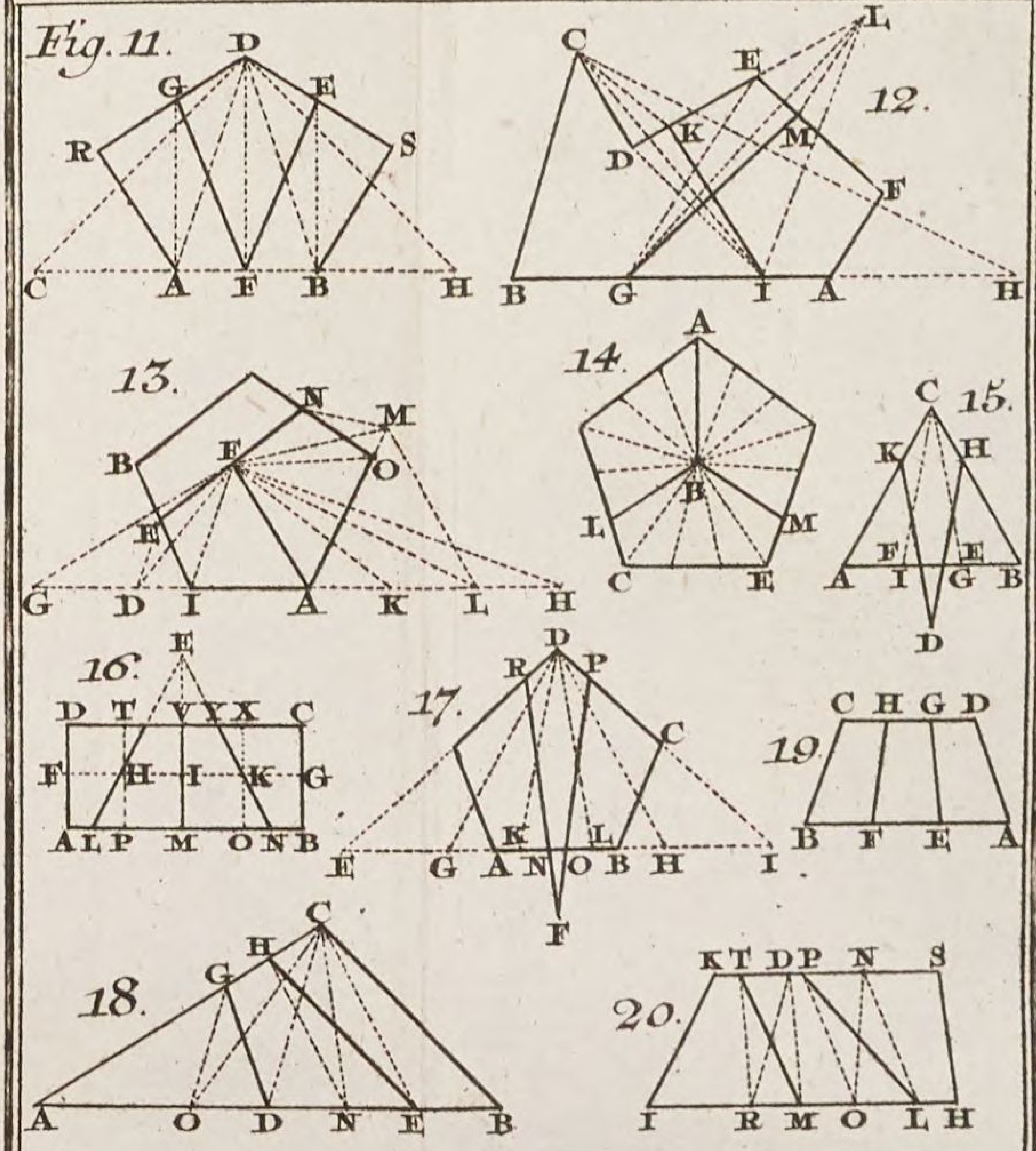


Fig. 1.
C
A D E B
2.
C D
B F A E
3.
A B G
C D F E
4.
D
C H E A
S O
L I
B
5.
A
C D
F B H I E G
6.
A M
N 3 2 H
B 1 O C G 2 L 3 F 4
7.
C 6 6 6
R 5 P 5 6
A O
E 4 5 N
4
F
3
2 G
M 6
B 1 H 2 3 4 5 I
8.
E
H
A L
D
B C I G
9.
A B
O
H
C L
I
E G D F
10.
C
H G
A F D E B



Cochin fil: inv.

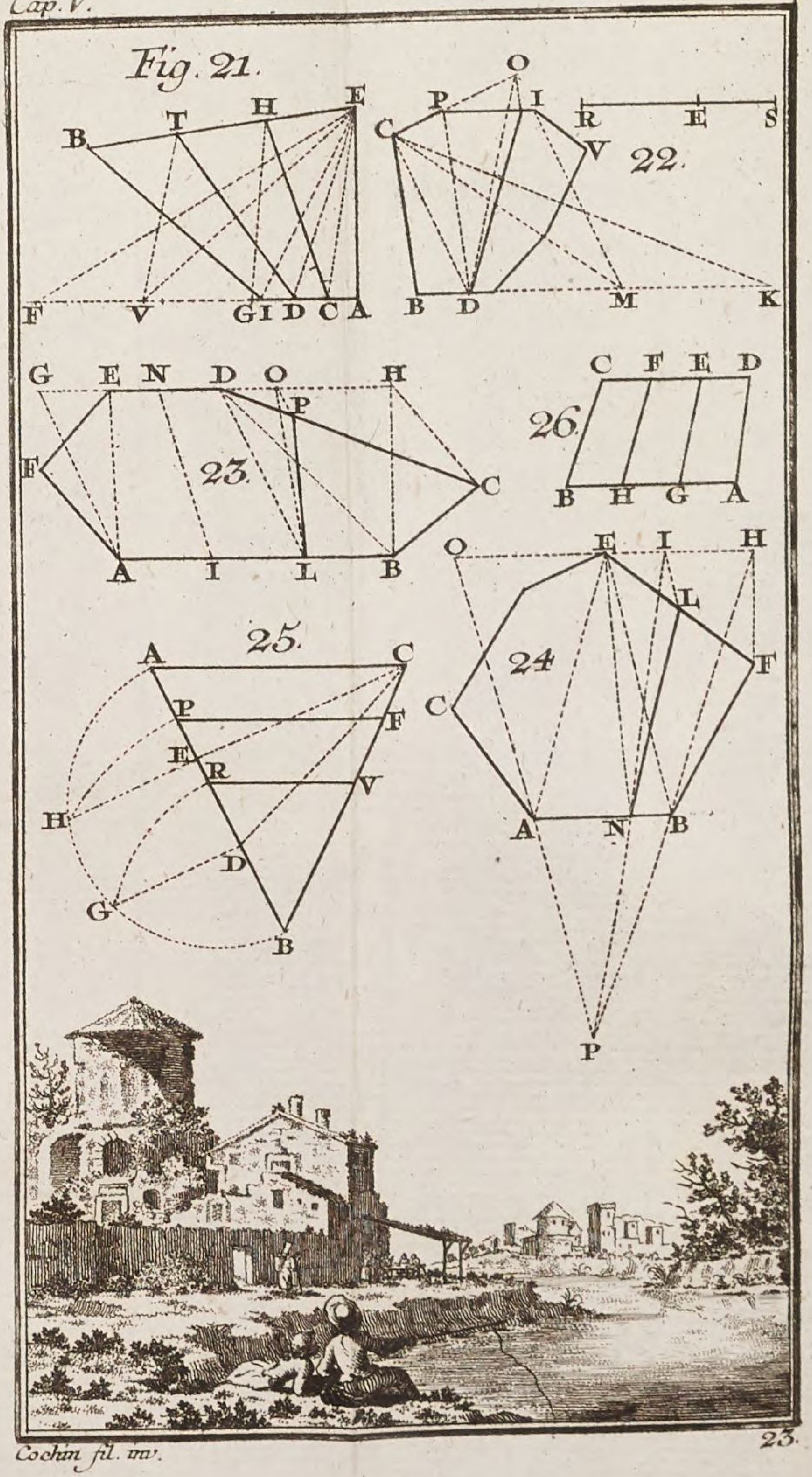


Fig. 21.
B T H E
F V G I D C A
22.
O
P I
C
V
R E S
B D M K
23.
G E N D O H
P
F
C
A I L B
26.
C F E D
B H G A
24.
O E I H
L
F
C
A N B
P
25.
A C
P F
E R V
H
D
G
B

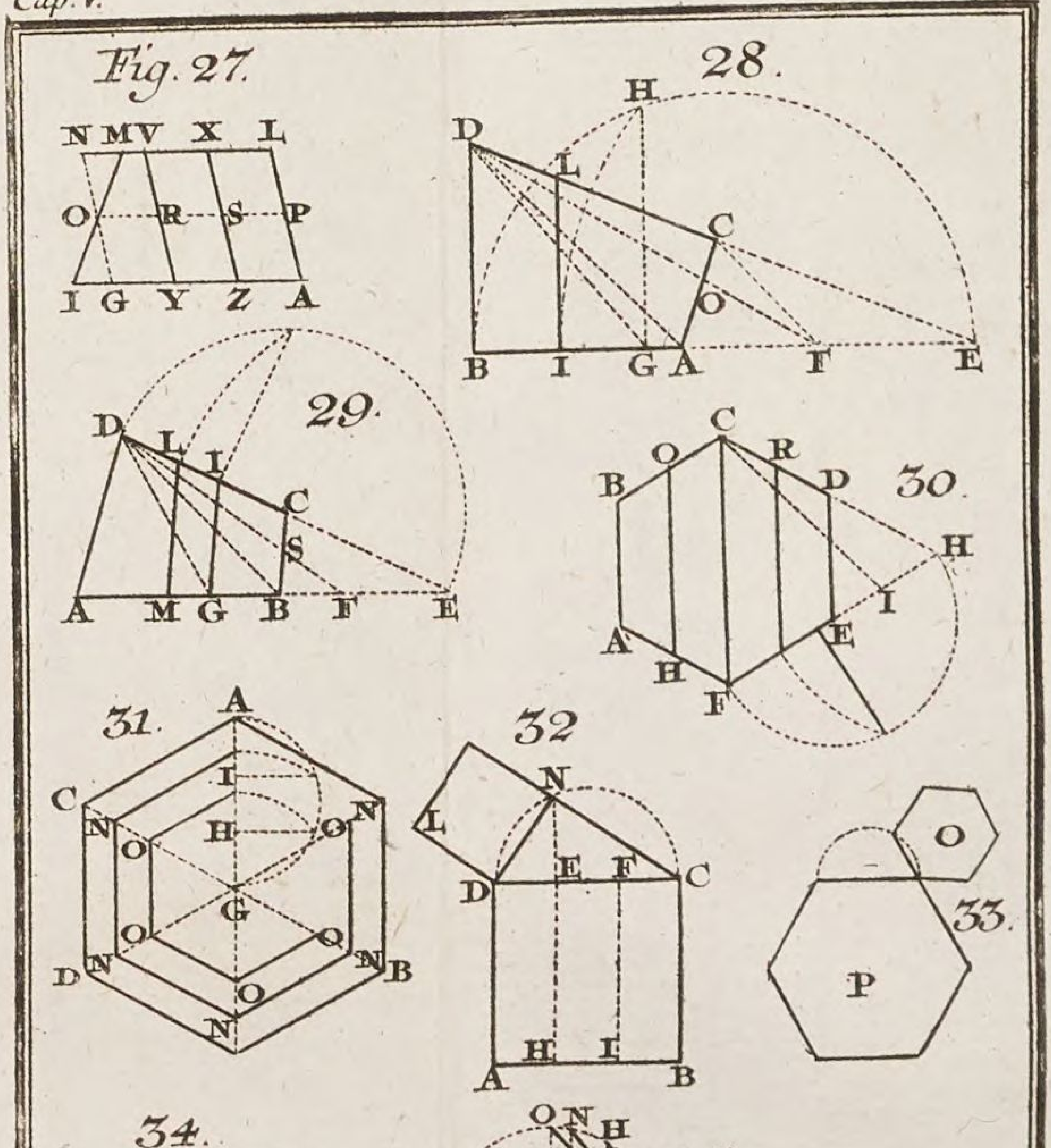


Fig. 27.
N M V X L
O R S P
I G Y Z A
28.
H
D L C O
B I G A F E
29.
D L I C S
A M G B F E
30.
C O R B D H I A E H F
31.
A I C N H O N O G O Q D N N B O N
32
N L D E F C H I A B
33.
O P
34.
V X
35.
O N H C L I D F E V R B A

das dem ersten Rectangulo gleich ist. (nach der vorhergehenden Aufgabe.)

Machet DI gleich der Linie EF; nehmet die Perpendicularlinie IN an; so wird die Linie DN die Seite eines Quadrates seyn, das dem Rectangulo RF gleich ist.

So machet auch DL gleich CF. Richtet die Perpendicularlinie LO auf; so ist DO die Seite eines Quadrates, das dem dritten Rectangulo CV gleich ist.

Sechstes Hauptstück.

Wie man Figuren zusammen setzen, einige von den andern wegnehmen und grösser oder kleiner nach einer vorgegebnen Grösse machen kann.

Erste Aufgabe.

Einen Triangel zu beschreiben, der den dreyen Figuren A, B, C gleich ist. (Fig. 1.)

Ziehet FL parallel mit der Linie DM.

Machet den Triangel GHI gleich der Figur B. (23. Aufg. IV. Hauptst.)

Machet auch den Triangel KLM gleich der Figur C.

Ziehet die Linie PS, und machet PR, RT, TS gleich den Grundlinien DE, GI, KM.

Rich-

Richtet die Perpendicularlinie PV auf, gleich der Perpendicularlinie NO.

Ziehet SV und der Triangel PSV wird den drey gegebnen Figuren gleich seyn.

Zweyte Aufgabe.

Verschiedene rechtlinichte und ähnliche Figuren A, B, C, D in eine einzige zusammen zu setzen, die ihnen ähnlich ist. (Fig. 2.)

Ziehet EF gleich mit der Grundlinie der ersten Figur A.

Lasset die Perpendicularlinie FG herunter, die gleich sey der Grundlinie der zweyten Figur B; die Linie EG, wird die Seite zu einer ähnlichen Figur seyn, die A und B gleich ist. (71. S. II Hauptst.)

Richtet auf EG die Perpendicularlinie GH auf, gleich der Grundlinie der dritten Figur C; so wird EH die Seite einer Figur seyn, die den dreyen A, B, C gleich ist.

Richtet endlich auf EH, die Perpendicularlinie HI auf; so wird EI die Seite des Vieleckes oder der verlangten Figur O seyn.

Dritte Aufgabe.

Einen Zirkel zu beschreiben, der dreyen Zirkeln A, B, C zusammen, gleich ist. (Fig. 3.)

Ziehet die Linie EF, gleich dem Durchmesser A.

Richtet die Perpendicularlinie FG, gleich dem Durchmesser B auf, und ziehet EG.

Richtet GH perpendicular auf EG auf, und machet sie dem Durchmesser C gleich.

Der über den Durchmesser EH beschriebne Zirkel wird den drey gegebnen gleich seyn. (nach der vorhergehenden Aufgabe.)

Vierte Aufgabe.

Von einem Triangel ABC einen Theil wegzunehmen, der dem Fünfecke D gleich ist. (Fig. 4.)

Ziehet CI parallel mit der Grundlinie AH.

Verwandelt das Fünfeck D in den Triangel EHI. (23. Aufg. IV. Hauptst.)

Machet AN gleich der Grundlinie EH und ziehet CN.

Der Triangel ACN wird der weggenommene und dem Fünfeke D gleiche Theil seyn.

Fünfte Aufgabe.

Von einer Figur AEB einen Theil wegzunehmen, der dem Triangel AFG gleich sey. (Fig. 5.)

Verlängert die Seite CB gegen I und CD gegen M.

Ziehet BF, ihre Parallele GI, die Linie FI, und der Triangel FBI wird dem Triangel FBG gleich seyn.

Ziehet CF, ihre Parallele IM, die Linie FM, und der Triangel FCM wird dem Triangel FCI gleich seyn.

Ziehet endlich DF, ihre Parallele MN; und wenn man den Triangel FDN an die Stelle des ihm gleichen FDM leget; so wird die Linie FN den verlangten Theil AN abschneiden, der dem Triangel AFG gleich ist.

Sechste Aufgabe.

Eine Figur ins kleine zu bringen.

Man soll auf die Grundlinie AF eine Figur beschreiben, die der gegebnen AM gleich ist. (Fig. 6.)

Ziehet aus dem Punkte A die Radios AE, AD, AC.

Ziehet FG parallel mit BC; GH parallel mit CD, u. s. w. (57. S. II. Hauptst.)

Siebende Aufgabe.

Auf die Grundlinie GH eine Figur zu beschreiben, die der Figur AD ähnlich ist. (Fig. 7.)

Machet einen gleichschenklichren Triangel LRK, der die Seiten LR, RK gleich mit der

Grundlinie AB hat: LK aber gleich der Grundlinie GH.

Verlängert die gleichen Seiten RL, RK.

Beschreibet OP, aus dem Winkel R und dem Zwischenraume AF, und die Sehne OP wird die Länge der Seite GY seyn.

Aus R und dem Zwischenraume BF beschreibet ST, und die Sehne ST wird die Länge der darzwischen gezogenen Linie H Y seyn ;u. s. f.

Die Triangel ROP, RLK, RST sind ähnlich. (58. S. II. Hauptst.) Wie sich also verhält RL zu LK, oder ihre gleichen AB, zu GH ; so verhält sich auch RO zu OP, oder die diesen gleiche AF zu GY: und wie sich verhält RO zu OP, oder die ihnen gleich sind AF zu GY; so verhält sich RS zu ST, oder die ihnen gleich sind BF zu HY; daher sind die Triangel ABF, GHY ähnlich. (55. S. II. Hauptst.)

Man merke, daß, obwohl diese Aufgabe nur eigentlich darzu dienet, eine grosse Figur auf eine gegebene Grundlinie ins kleine zu bringen, sie dennoch darzu diene, Figuren aus dem kleinen ins grosse zu bringen, wenn nur die gegebene Grundlinie nicht über die Hälfte ihrer gleichnamigen kömmt.

Achte Aufgabe.

Ein Vieleck zu beschreiben, das dem Vieleck AH ähnlich, aber mehr als um die Hälfte kleiner ist ; d. i. welches die Hälfte weniger enthält.

(Fig. 8.)

Thei-

Theilet AB in zween gleiche Theile in C.

Verlängert AB und machet AD gleich AC.

Richtet auf AE, als die mittlere Proportionallinie zwischen AD und AB. (51. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet die Grundlinie PG, gleich AE.

Machet das verlangte Vieleck PGI. (nach der vorhergehenden Aufgabe.)

Die Vielecke H, I sind ähnlich und also in doppeltem Verhältnisse mit ihren gleichnamigen Seiten AB PG: d. i. das Vieleck H verhält sich zum Vielecke I. wie die Grundlinie AB zu der dritten Proportionallinie AD. (69. S. II. Hauptst.) AB ist doppelt so groß als AD, mitthin ist das Vieleck H doppelt so groß als das Vieleck I. oder welches eins ist, das Vieleck I ist die Hälfte des Vieleckes H.

Neunte Aufgabe.

Das Quadrat AD um den Inhalt der Figur E zu vermindern. (Fig. 9.)

Verwandelt das gegebne Quadrat in den Triangel ACF. (2. Aufg. IV. Haupst.)

Verwandelt auch die Figur E in den Triangel GHI von der Höhe wie der Triangel ACF. (23. Aufg. IV. Hauptst.)

Machet

Machet die Grundlinie FK der Grundlinie GH gleich, und ziehet CK, welche einen Triangel CFK machen wird, der der Figur E gleich ist.

Aus dem übrig gebliebenen Triangel ACK machet das Parallelogrammum AL. (6. Aufg. V. Hauptst.)

Aus dem Parallelogrammo AL machet das Quadrat AO, (28. Aufg. IV. Hauptst.) und der Winkelhaacken COB, den man von dem Quadrate AD weggenommen hat, wird der Figur E gleich seyn.

Zehende Aufgabe.

Von einem irregulären Sechsecke ABD ein ander ähnliches Sechseck wegzunehmen, dabey die bleibende Differenz von beyden der Figur G gleich ist. (Fig. 10.)

Machet den Triangel BCF gleich dem Sechsecke ABD. (19. Aufg. IV. Hauptst.)

Machet auch den Triangel FCK gleich G. (23. Aufg. IV. Hauptst.)

Schneidet ab BO, die mittlere Proportionallinie zwischen BK und BF. (52. Aufg. III. Hauptst.)

Ziehet ON parallel mit CF.

Beschreibet auf BN ein Sechseck NR, das dem gegebnen AC ähnlich ist. (6. Aufg.) und

die Differenz der beyden Sechsecke wird der Figur G gleich seyn.

Die Grundlinien BF, BO, BK sind proportional: also ist der Triangel BNO, der ähnlich ist BCF, (57. S. II. Hauptst.) gleich dem Triangel BCK. (67. S. II. Hauptst.)

Die ähnlichen Triangel BNO, BCF sind in doppeltem Verhältnisse mit ihren gleichnamigen Seiten BN, BC; und die ähnlichen Sechsecke RNH, ACE sind es auch mit den nämlichen Seiten BN, BC. (nach dem 69 S. des II. Hauptst.) Wie sich also verhält der Triangel BCF zum Triangel BNO; so verhält sich das Sechseck ACE zu RNH; und umgekehrt, der Triangel BNO verhält sich zum Sechsecke RNH, wie der Triangel BCF zu ACE. Der Triangel BCF ist dem Sechsecke ACE gleich gemacht worden, daher ist der Triangel BNO gleich dem Sechsecke RNH.

Es ist bewiesen worden, daß der Triangel BNO dem Triangel BCK gleich sey; daher ist das Sechseck RNH dem Triangel BCK gleich. Und weil der Triangel BCF gleich ist dem Sechsecke ACE; so ist die Differenz der beyden Sechsecke gleich dem Triangel KCF, welcher der Figur G gleich gemacht worden ist.

Eilfte Aufgabe.

Eine Figur ins Grosse zu bringen.

Das

Das Quadrat BD zu verdoppeln oder vierfach zu machen. (Fig. 11.)

Verlängert AD, AC, AB; und beschreibet aus dem Punkte A den Bogen CE.

Machet das Quadrat EG; so wird es doppelt so groß seyn als BD.

Beschreibet noch einmal aus A den Bogen FH; so wird das Quadrat HI doppelt so groß als das Quadrat GE, und viermal so groß seyn als das gegebne BD.

Da der Winkel D ein rechter Winkel, und die Seiten AD, DC gleich sind; so ist das Quadrat von AC oder AE, das ihr gleich ist, d. i. EG, doppelt so groß als das Quadrat BD. (46. S. II. Hauptst.)

Eben so ist das Quadrat HI, doppelt so groß als EG, und folglich viermal so groß als BD.

Wenn man auf die Grundlinie AL ein Quadrat machte; so würde es doppelt so groß als HI, viermal grösser als GE und achtmal grösser als DB seyn.

Zwölfte Aufgabe.

Die Figur BC doppelt, dreyfach, vierfach zu machen. (Fig. 12.)

Verlängert AB gegen M, und ziehet die Radios ADN, ACE.

Lasset

Lasset die Perpendicularlinie BR gleich AB, herunter.

Beschreibet aus A den Bogen RH,

Machet auf AH das Fünfeck HK, dem vorgegebnen ähnlich. (6. Aufg.)

Ziehet RV parallel mit BG, und schneidet RS gleich ab mit BH.

Beschreibet aus A den Bogen SO.

Machet auf AO das Fünfeck OQ u. s. w.

Die Linien AB, BR sind gleich, und machen einen rechten Winkel: daher ist das Fünfeck, das auf AR oder AH, die ihr gleich ist, gemacht worden, doppelt so groß als das Fünfeck BC, (71. S. II. Hauptstück.)

Die Linie HS ist gleich der Grundlinie AB, und AH ist die Grundlinie eines doppelten Fünfeckes: AS oder die ihr gleiche Linie AO ist die Grundlinie eines Fünfeckes, das den zweyen Fünfecken BC, HK gleich ist, (71. S. II. Hauptst.) daher ist das Fünfeck OQ dreymal so groß als das gegebne BC.

Aus eben dem Grunde ist das Fünfeck ME vierfach, und wenn man eines auf die Grundlinie AG bauet; so wird es fünfmal so groß seyn, als das gegeben worden ist.

Dreyzehen-

Drenzehende Aufgabe.

Den Zirkel BCD, so offt als es beliebig ist, zu vergrössern. (Fig. 13.)

Verlängert den Radius AC durch den Zirkel hinaus.

Lasset die Perpendicularlinie CN, die gleich sey AC, herunter.

Beschreibet aus dem Mittelpunkte A den Zirkel NLK, dieser wird doppelt so groß seyn als der gegebne BCD. (nach der vorhergehenden Aufgabe.)

Ziehet NO parallel mit CG, machet alsdann NM gleich mit CL.

Beschreibet aus dem Mittelpunkte A den Zirkel M; dieser wird dreymal, der folgende viermal so groß seyn als der gegebne ist.

Vierzehende Aufgabe.

Ein Vieleck zu beschreiben, das sich verhält zum Vielecke H, wie sich verhält 3 zu 2. (Fig. 14.)

Theilet die Grundlinie OR in zween gleiche Theile ab, und traget drey dergleichen Theile auf RS.

Suchet RT, die mittlere Proportionallinie zwischen OR und RS.

Ziehet

Ziehet MN gleich RT, diese wird die Grundlinie des verlangten Vieleckes seyn. (S. die achte Aufgabe.)

Fünfzehende Aufgabe.

Auf eine Grundlinie EF eine Figur zu beschreiben, die der Figur AC ähnlich ist. (Fig. 15.)

Machet nach Belieben den Winkel IGH.

Machet GL gleich der Grundlinie AB; GM gleich der Grundlinie EF; alsdann ziehet LM.

Schneidet GN gleich ab mit AD; ziehet NO parallel mit LM, und GO wird die Länge der Seite EP seyn.

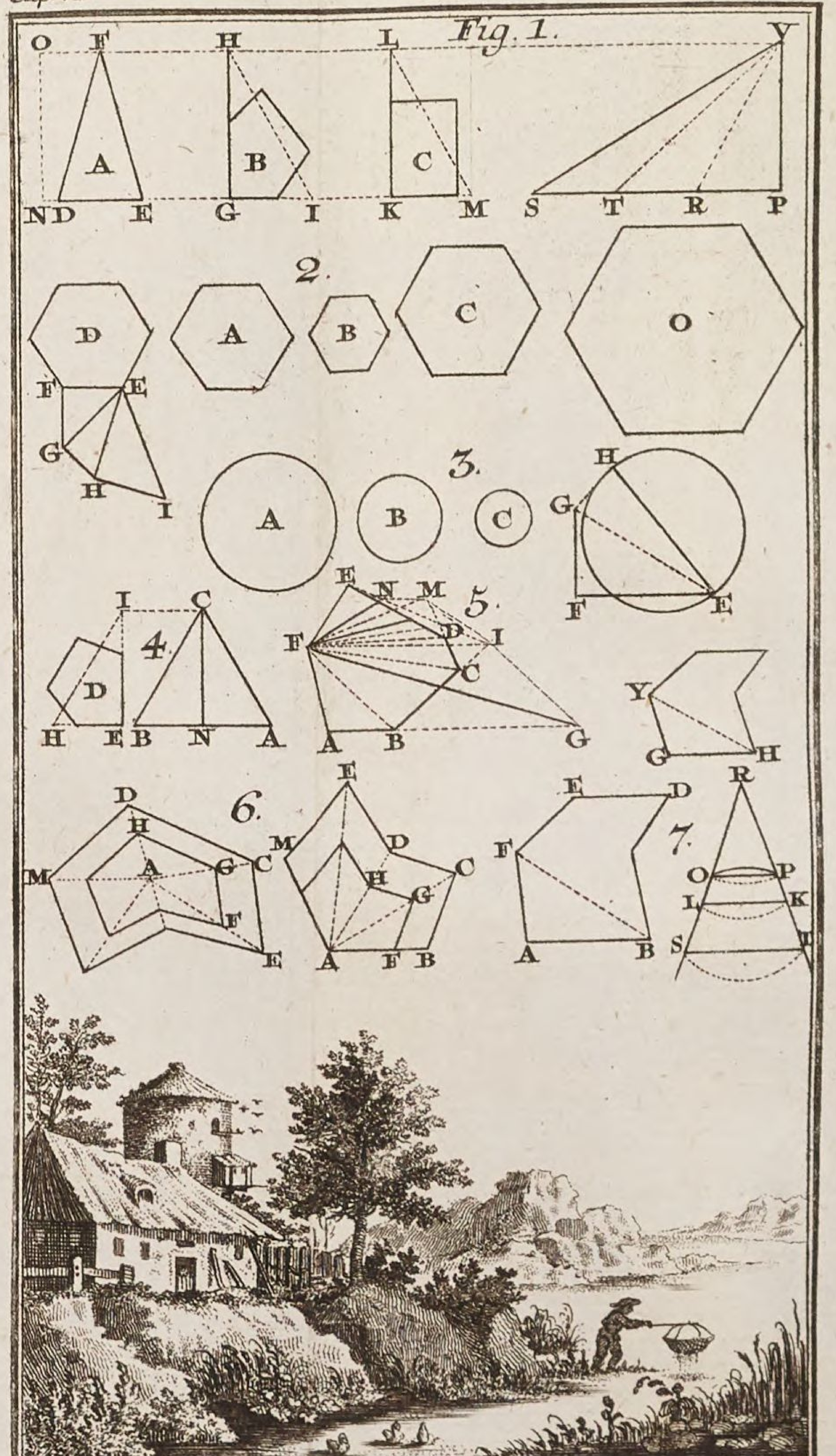
Wenn man auch GI gleich mit BD gemachet, und die Parallellinie HI gezogen hat; so wird GH die Länge der darzwischen gezogenen Linie FP seyn, u. s. f.

Die Linien IH, LM, NO sind parallel; GH ward also in O, M, wie GI in N, L, getheilet: also sind auch die Linien GN, GL, GI, welche den dreyen Seiten des Triangels ABD, gleich gemacht worden, unter sich, wie die Linien GO GM, GH, welchen die Seiten des Triangels EFP gleich gemacht worden sind; daher hat der Triangel EFP Seiten, die den Seiten des Triangels ADB proportional sind. Und folglich sind die Triangel EFP, ABD, einander ähnlich.

Nachricht.

Um die Theorie, welche man in den vorhergehenden Hauptstücken aus einander gesetzt hat, in der Ausübung zu gebrauchen; so folget nunmehr das Abmessen der Flächen, und im neunten Hauptstücke soll von der Messung der dichten Körper, welche daraus folget, gehandelt werden. Man hat diese Materie nicht weitläuftig berührt, weil sie an sich selber ein ganzes Buch erforderte. Doch ist so viel davon gesagt worden, daß der Leser alle Arten der Abmessungen daraus lernen kann. Wer sich übrigens die Mühe der nöthigen Rechnungen ersparen will, kan sich in dem neuen (*) Tarif du Toisé superficiel et solide, welcher erst heraus gekommen ist, Raths erholen. Dieses Buch ist um so viel bequemer, weil die Lehrart desselben einfältig und leicht ist, und man die Berechnung der Ausmessungen daselbst ganz finden kann, ohne daß man etwas hinzufügen darf. Und um es jungen Leuten, welche sich auf die Krieges- und ordentliche Baukunst legen, so wohl nützlich als nöthig zu machen, so hat man diese Berechnungen auch auf die Ausmessungen der Gebäude eingerichtet

wovon



Chedel, inv.

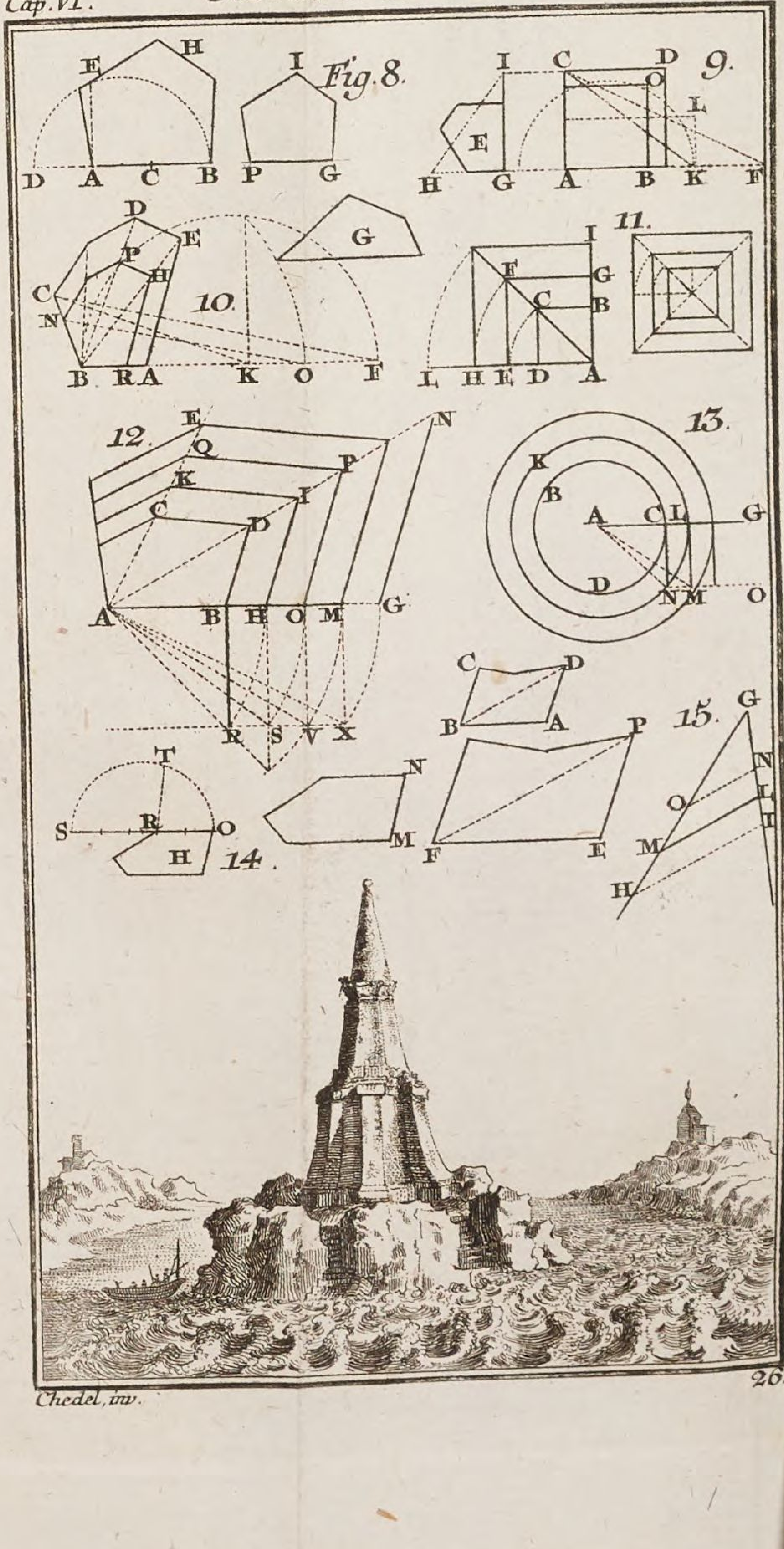


Fig. 8.
E H D A C B
I P G
9.
I C D O L E H G A B K F
10.
D E P H C N B R A K O F G
11.
I F G C B L H E D A
12.
E N Q P K I C D A B H O M G R S V X
13.
K B A C L G D N M O
14.
T S R O H
15.
C D B A P G N M F E O L I H

Chedel, inv.

wovon man hierinn den Gebrauch und Nutzen zeiget, auch eine leichte Art angiebet, die Summe der Gebäude nach einem gewissen Kosten, den man annimmt, zu finden.

(*) Das ganze Buch hat folgenden Titel: Nouveau Tarif du Toisé de la maçonnerie, tant superficiel que solide, où l' on trouve les calculs du Toisé touts faits sans mettre la main à la plume, avec le Toisé des bâtimens suivant les Vs et coutumes de Paris, et le Toisé du bout avant. Ouvrage utile aux Architectes, maçons, Entreprenneurs, Ingenieurs, &c. et aux bourgeois qui font batir. Paris 1748. 8v. et se vend chés Charles Antoine Jombert, libraire du roi pour l' Artillerie, et le Genie.

Siebendes Hauptstück.

Von der Ausmessung der Flächen.

In diesem Hauptstücke zeiget man, die Flächen zu messen; das Maaß, das man darzu braucht, ist die Ruthe.

Die Toise hat sechs königliche Schue in die Länge: ein königlicher Schue hat zwölf Zolle, ein Zoll zwölf Linien.

Wenn die Ruthe mit sich selbst vermehrt wird; so macht sie eine Quadratruthe.

Man sieht, daß das Quadrat AG, (Fig. 1.) welches sechs und dreyßig kleine Quadratflächen enthält, daher entstanden ist, indem die Linie AB mit sich selber multipliciert worden ist, oder auch mit der Linie BG, die ihr gleich ist, d. i. 6 mit 6: und wenn AB aus zwölf gleichen Theilen bestünde; so würde das Quadrat AG 144 kleine Quadrate enthalten, welche das Product wären von 12 mit 12 multipliciert.

Also hat eine Quadratruthe 36 Quadratschue, der Quadratschue hat 144 Quadratzolle, der Quadratzoll aber 144 Quadratlinien.

Die grossen Plätze mißt man mit Meßstangen und mit Arpens, daher heißt man diesen Theil der Erdmeßkunst, das Feldmessen. (Arpentage.)

Die Meßstange ist groß oder auch klein nach Beschaffenheit der Oerter. Um Paris herum hat sie drey Ruthen; und zehen Strangen machen einen Arpent. (eine Länge wie ein Morgen Lands.)

Die Quadratstange hat neun Quadratruthen, und ein Quadratarpent hat 100 Quadratruthen.

Anmerkungen.

Ruthen mit Ruthen multiplicirt, geben Quadratruthen.

Schue mit Schuen multipliciert, geben Quadratschue, und so auch Zolle und Linien.

Ruthen mit Schuen multipliciert, geben Schue auf Ruthen hinlaufend, d. i. Rectangula, die eine Ruthe lang, einen Schue breit sind.

Ruthen multipliciert mit Zollen, geben Zolle auf Ruthen hinlaufend, d. i. Rectan-

gula, die eine Ruthe lang und einen Zoll breit sind, so wie Ruthen mit Linien multipliciert, Rectangula geben, die eine Ruthe lang und eine Linie breit sind.

Schue mit Zollen multipliciert, geben Zolle auf Schuen hinlaufend, d. i. Rectangula eines Schues lang, eines Zolles breit.

Schuhe mit Linien multiplicirt, geben Linien auf Schuen, d. i. Rectangula von der Länge eines Schues und der Breite einer Linie.

Zolle mit Linien multipliciert, geben Linien auf die Zolle, d. i. Rectangula, die einen Zoll lang, eine Linie breit sind.

Sechs Fuß auf eine Ruthe machen eine Quadratruthe.

Zwölf Zolle (ins Gevierte) auf einer (Flächen) Ruthe machen einen Quadrat Schue auf der Ruthe.

Zwölf Linien auf eine Ruthe machen einen Zoll auf der Ruthe.

Zwölf Zoll auf einem Schue machen einen Quadratschue.

Zwölf Linien auf einem Zolle machen einen Quadratzoll.

Sechs Quadratschue geben einen Schue auf der Ruthe.

Zwölf

Zwölf Quadratzolle machen einen Zoll auf dem Schue.

Zwölf Quadratlinien machen eine Linie auf einem Zoll.

Erste Aufgabe.

Den Inhalt des Rectanguli AC zu messen. (Fig. 2.)

Messet die Länge AB und die Breite AD, und nehmet an, die eine habe zwölf Ruthen (Toisen) die andre sechs: multiplicieret 12 durch 6; so ist das Product: 72 Quadratruthen, der Inhalt des Rectanguli.

12
6
———
72

Wenn AB (Fig. 3.) 5 Ruthen 3 Schue hat, und BC 4 Ruthen.

Multiplicieret die Ruthen mit Ruthen, 4 mit 5, darnach 4 Ruthen durch die 3 Schue; so habt ihr zum Producte 20 Quadratruthen, und 12 Schuhe auf die Ruthe, das sind wieder 2 Quadratruthen, also hat das Rectangulum zwey und zwanzig Quadratruthen.

Ruthen		Schue
5	—	3
4	—	0
Quadratruth. 20	—	12 Sch. auf R.

Wenn

Wenn aber AB (Fig. 4.) 5 Ruthen 3 Schue hätte; und BC 4 Ruthen 2 Schue; so müßte man die fünf Ruthen mit den vieren multiplicieren, und das Product würden 20 Quadratruthen seyn.

Ingleichen müßte man die fünf Ruthen durch die zween Schue, und die vier Ruthen durch die drey Schue multiplicieren, welche 22 Schuhe auf Ruthen ausmachen würden.

Ingleichen die Schue durch Schue multiplicieren, 2 durch 3; davon 6 Quadratschue das Product wären, d. i. ein Schue auf Ruthen, der zu den übrigen 22 genommen, 23 macht.

Von diesen 23, 18 hinweggenommen, d. i. 3 Quadratruthen, um sie zu den andern 20 zu thun; so würde das Rectangulum AC, 23 Quadratruthen und 5 Schue auf Ruthen oder dreyßig Quadratschue enthalten.

Die Theilung dieser rechtwinklichten Figuren dient statt eines Beweises: z. E. man hat in dem Rectangulo AE, 20 Quadratruthen: 22 Schue auf Ruthen in den Rectangulis DE, BE, und die 6 Quadratschue in dem Rectangulo CE.

Ruthen.	5	——	3 Schue
		X	
	4	——	2
Quadratruth.	20	——	10 S. auf die R.
			12
		——	6 Quadratschue.
Quadratruth.	23	——	5 S. auf Ruthen.

Wenn

Wenn endlich das Rectangulum AR (Fig. 5.) die Seiten OA, AK jede von 2 Ruthen 2 Schuen, 3 Zollen hätte; so müste man die 2 Ruthen AD durch die zwo Ruthen AC multiplicieren; das Product würde seyn 4 Quadratruthen für das Quadrat AB.

Man müste die 2 Ruthen AD durch die zween Schue CF, so wie die zwo Ruthen AC durch die 2 Schue DH multiplicieren, das Product würde seyn 8 Schue auf die Ruthen, d. i. eine Quadratruthe und 2 Schue auf einer Ruthe für die Rectangula BF, BH.

Man müste die 2 Schue DH durch die 2 Schue CF multiplicieren. Das Product wären 4 Quadratschue für den Inhalt des Rectanguli EG.

Man müste die zwo Ruthen AD durch die 3 Zolle FK, so wie die 2 Ruthen AC durch die drey Zolle HO multiplicieren; das Product wäre 12 Zoll auf Ruthen, d. i. ein Schue ins Gevierte auf einer Ruthe für die beyden Rectangula EK, GO.

Man müste die 2 Schue DH, durch die 3 Zolle FK, und die 2 Schue CF, durch die drey Zolle HO multiplicieren. Das Product würde seyn 12 Zolle auf Schuen hinlaufend, d. i. ein Quadratschue, zum Inhalte der zweyen Rectangulorum IL, IM.

Man müste endlich auch die drey Zolle HO, durch die 3 Zolle FK multiplicieren, das Pro-

duct würde seyn 9 Zolle zum Inhalte des kleinen Quadrates IR; und wenn man alle diese Producte zusammen summirt; so würde man finden, daß das Quadrat AR, 5 Ruthen, 23 Schue und 9 Quadratzolle enthält.

AD 2 Ruthen, DH 2 Schue, HO 3 Zolle.
AC 2 Ruthen, CF 2 Schue, FK 3 Zolle.

Um diese verschiedene Multiplicationen der Ruthen mit Schuen und Zollen zu vermeiden, weil es wirklich einen irre machen kann; so könnte man die zwey Ruthen AD, und die zwey Schue DH in Zolle verwandeln: die ganze Seite AO würde hernach 171 Zolle haben, und da AK ihm gleich ist; so dürfte man 171 mit 171 multiplicieren; so würde das Product 29241 Quadratzolle betragen. Wenn man nun davon die Schue und von den Schuen die Ruthen abzöge, so würde man wie vorher 5 Ruthen, 23 Schue und 9 Quadratzolle bekommen für den Inhalt des Rectanguli AR.

Zweyte Aufgabe.

Den Inhalt eines Parallelogrammi EFGH zu finden. (Fig. 6.)

Multiplicirt die Grundlinie EF durch die Perpendicularlinie EN, 8 mit 3, und das Product 24, welches der Inhalt des Parallelogrammi EFLN ist, (nach der ersten Aufgabe) wird auch der Inhalt des gegebnen seyn. (40. S II. Hauptst.)

Dritte

Dritte Aufgabe.

Den Inhalt des Triangels ABC zu finden. (Fig. 7.)

Multiplicieret die Grundlinie AB durch die Hälfte der Perpendicularlinie CD, d. i. 6 durch 4, oder die Perpendicularlinie durch die Hälfte der Grundlinie, 8 durch 3, das Product 24 ist der Inhalt des Triangels, (3 und 6. Aufg. IV. Hauptst.)

Vierte Aufgabe.

Den Inhalt der vierseitigen Figur GL, deren Seiten GH, IL, parallel sind, zu finden. (Fig. 8.

Messet die parallelen Seiten IL, GH, die Perpendicularlinie NI, und nehmet an, IL habe 12 Ruthen; GH 26, NI 14.

Addiret die 12 Ruthen der Seite IL zu den 26 Ruthen der Grundlinie GH, als wenn ihr die vierseitige Figur in den Triangel GIM verwandeln müstet. (2. Aufg. IV. Hauptst.)

Multiplicirt die Grundlinie GM durch die Hälfte der Perpendicularlinie NI, d. i. 38 durch 7; und das Product von 266 Quadratruthen wird der Inhalt des Triangels IGM, (3. Aufg.) und mitthin auch der gegebnen vierseitigen Figur seyn, die demselben ähnlich ist.

Fünfte Aufgabe.

Den Inhalt einer vierseitigen Figur ABCD zu finden. (Fig. 9.)

Messet die Diagonallinie AC, die Perpendicularlinien, DE, BF, und nehmet an, die erstere von diesen Linien sey 20, die andre 12, die dritte 10 Ruthen lang.

Multiplicieret AC durch die Hälfte der Perpendicularlinie DE, das Product 120 ist der Inhalt des Triangels AD. (3. Aufg.)

Multiplicieret auch AC durch die Hälfte von BF, das Product 100, ist der Inhalt des Triangels ABC. (3. Aufg.)

Addiret diese zwey Producte, und ihre Summe, 220 Quadratruthen, ist der Inhalt der vorgegebnen vierseitigen Figur.

Man wird diese 220 Ruthen auch finden, wenn man die Summe der zwo Perpendicularlinien BF, DE, welche 22 ist, durch 10 die Hälfte der Linie AC multipliciert.

Sechste Aufgabe.

Den Inhalt eines regulären Vieleckes zu finden. (Fig. 10.)

Multipliciert die Perpendicularlinie AB, durch die Hälfte der Grundlinie CD; so habt ihr den Inhalt des Triangels ACD.

Multiplicieret den Inhalt dieses Triangels durch die Zahl der Triangel des Vieleckes, so habt ihr das verlangte Product.

Andere

Andre Manier. Multiplicieret die sechs Seiten des Vieleckes durch die Hälfte der Perpendicularlinie AB, oder die ganze Perpendicularlinie durch die Hälfte der Seiten. (17. Aufg. IV. Hauptst.)

Siebende Aufgabe.

Den Inhalt eines irregulären Vieleckes zu finden. (Fig. 11.)

Theilet das Vieleck durch Triangel.

Messet jeden Triangel, (3. Aufg.) und addiret alles zusammen.

Oder so. Verwandelt das Vieleck in den Triangel NMS, 18 oder 19. Aufg. IV. Hauptst.) hernach multipliciert die Perpendicularlinie NO durch PS, die Hälfte der Grundlinie MS.

Achte Aufgabe.

Den Inhalt eines Zirkels zu finden. (Fig. 12.)

Multiplicieret die halbe Peripherie ACB durch den Radium CD; so wird das Product der Inhalt des Zirkels seyn.

Wenn der Zirkel ABC in den Triangel DEF verwandelt worden wäre; (43. Aufg. IV. Hauptst.) so würde die Grundlinie EF, der Peripherie des Zirkels gleich seyn; CF, die Hälfte von EF, würde der halben Peripherie ACB gleich seyn. Also würde DC, multipliciert durch CF, eben das geben, was heraus

kommen

kommen würde, wenn sie mit der halben Peripherie multipliciert worden wäre; das Product von CD multipliciert durch CF, würde der Inhalt des Triangels seyn, (3 Aufg.) folglich ist das Product von CD, multipliciert durch die halbe Peripherie, der Inhalt des Zirkels; sonst könnten der Zirkel und der Triangel einander nicht gleich seyn.

Neunte Aufgabe.

Der Inhalt des Durchmessers eines Zirkels wird gegeben, man soll den Inhalt der Peripherie finden.

Man merke, daß der Durchmesser sich zu der Peripherie seines Zirkels ungefähr verhält wie 7 zu 22. Wenn man also annimmt, der gegebne Durchmesser sey 28 Zoll; so werdet ihr den Inhalt der Peripherie, durch eine Proportionsregel finden, wenn ihr sprecht:

Wenn 7 geben 22; wie viel geben 28? das Product 88 ist der begehrte Inhalt.

Zehende Aufgabe.

Den halben Zirkel DOF zu messen. (Fig. 13.)

Multiplicieret den Bogen DO, als die Hälfte der halben Peripherie DOF, durch den Radius DS.

Eilf=

Eilfte Aufgabe.

Den Inhalt des Sectors POR zu finden. (Fig. 13.)

Multiplicieret den Radius PS durch OP, die Hälfte des Bogens POR. Oder, multiplicieret den ganzen Bogen POR durch die Hälfte des Radius PS.

Zwölfte Aufgabe.

Den Inhalt eines grossen Segmentes ABC zu finden. (Fig. 14.)

Suchet den Inhalt des Sectors ABCD, (nach der vorhergehenden Aufg.) hernach den Inhalt des Triangels ACD. (3. Aufg.)

Dreyzehende Aufgabe.

Den Inhalt eines kleinen Segments EFG zu finden. (Fig. 15.)

Ziehet die Radios EH, GH, zum Mittelpunkte des Bogens.

Suchet den Inhalt des Sectors HEFG. (11. Aufg.)

Nehmet von diesem den Inhalt des Triangels EGH, was übrig bleibt, ist der Inhalt des gegebnen Zirkelstückes.

Vierzehende Aufgabe.

Den Inhalt der Eylinie AF zu finden. (Fig. 16.)

Messet die Sectores ACBI, DEFL, AGDM, (11. Aufg.)

Thut von der Summe dieser vier Sectoren den Inhalt der Raute CGLH hinweg; wel-

che den zween grossen Sectoren gemeinschäfftlich ist. Was übrig bleibt, ist der Inhalt der Cylinie.

Anderst. (Fig. 17.) Multipliciret die zween Durchmesser, einen durch den andern, 15 durch 10; das Product ist 150.

Multiplicieret diese Summe 150 durch 11, und dividirt das Product 1650 durch 14; so wird der Quotient 11767 ungefähr der Inhalt der Cylinie seyn.

Fünfzehende Aufgabe.

Den Inhalt eines Feldes zu finden, dessen Umfang wellenartig ist. (Fig. 18.)

Man muß das Wellenmäßige dieses Feldes durch verschiedene gerade Linien gerade machen, welche man so vorsichtig führen muß, daß man so genau, als es möglich ist, auf einer Seite den Inhalt des Feldes, das man auf der andern abschneidet, lasse. Hernach kann man das verlangte nach der 7 Aufgabe finden.

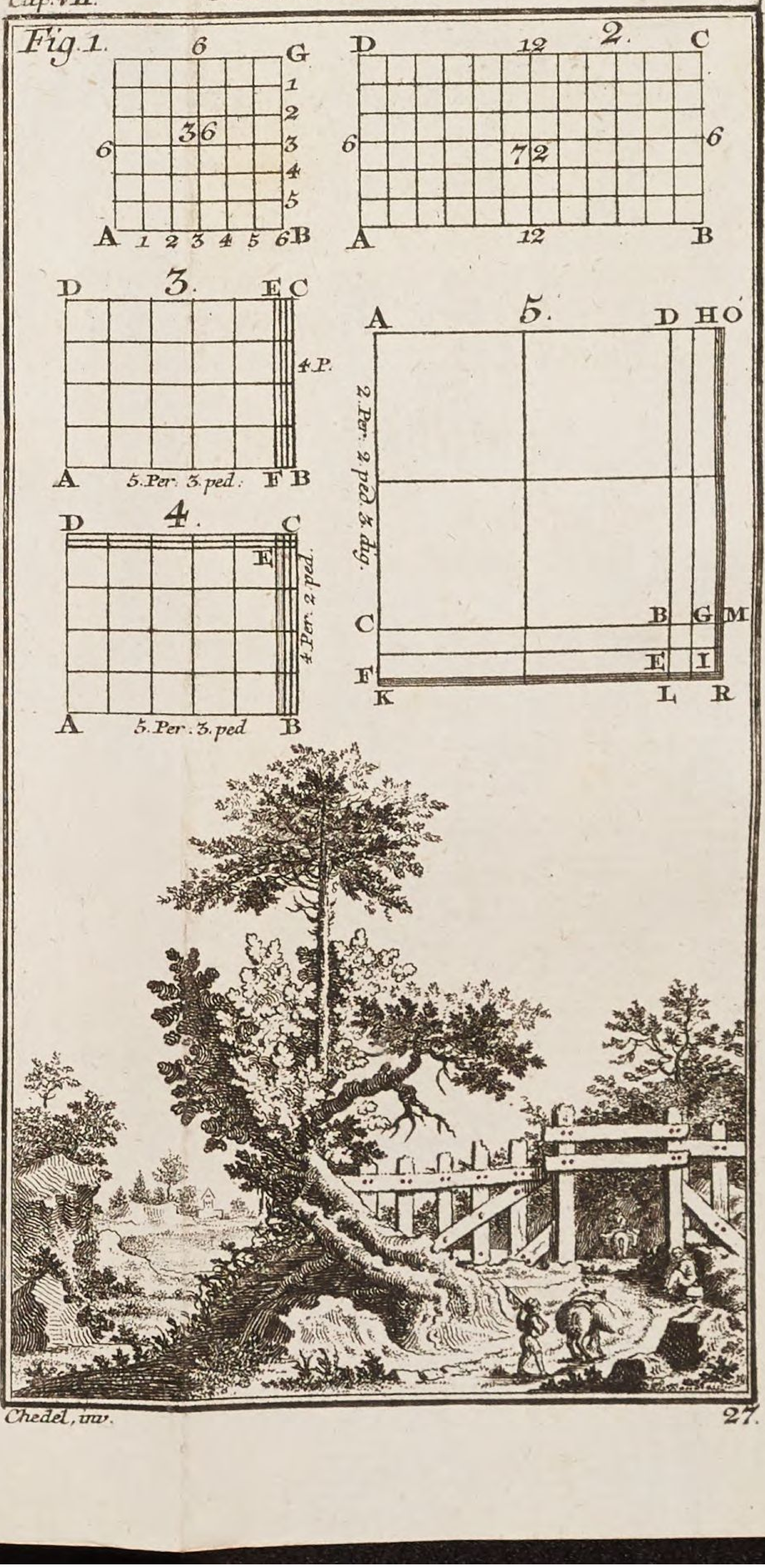
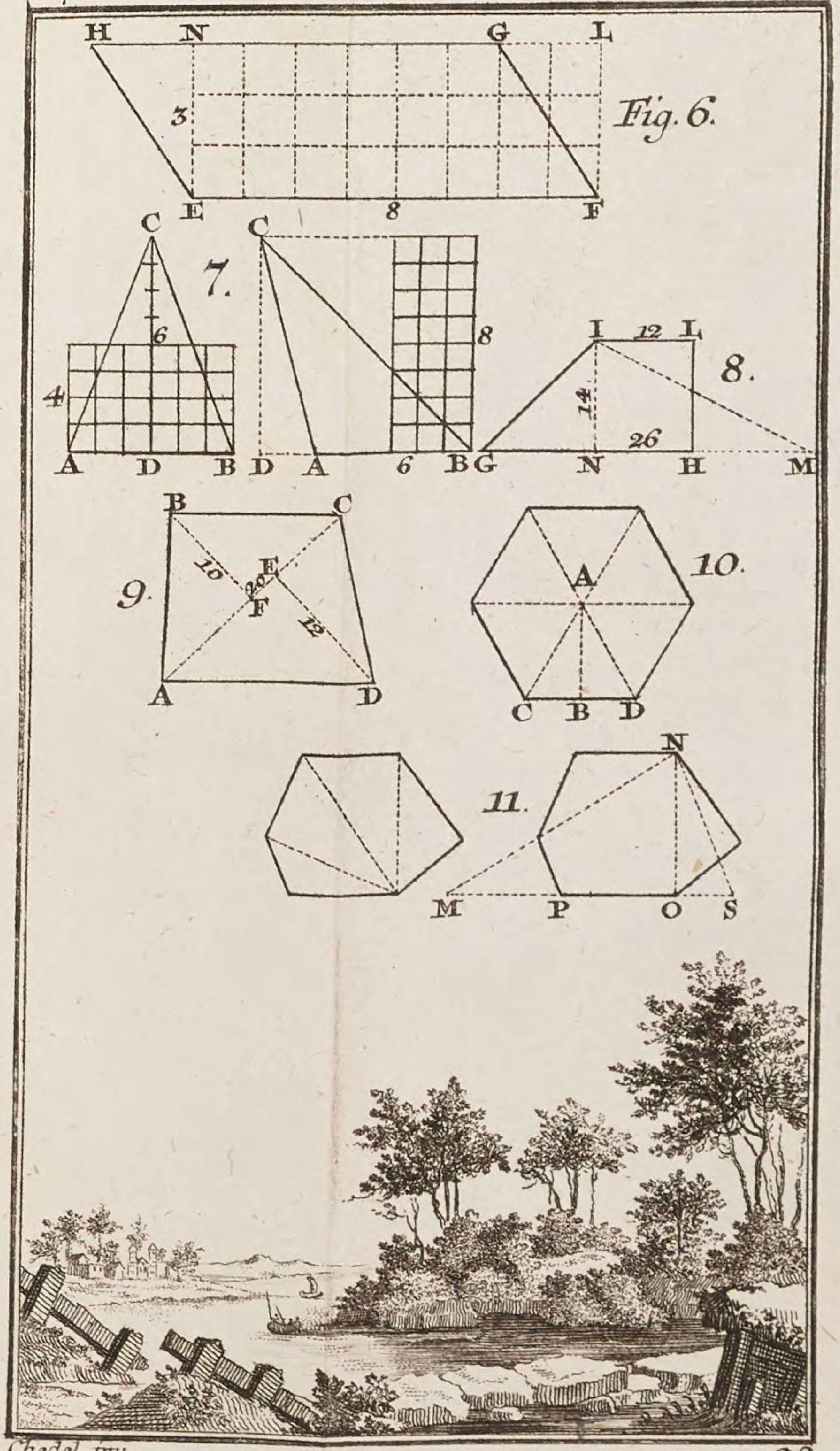


Fig. 1.
6
G
1
2
36
3
4
5
6
A 1 2 3 4 5 6 B
D 12 2. C
6 72 6
A 12 B
D 3. E C
4.P.
A 5.Per. 3.ped. F B
D 4. C
E
4.Per. 2.ped.
A 5.Per. 3.ped B
A 5. D H O
2.Per. 2.ped. 3.dig.
C B G M
F E I
K L R

Chedel, inv.


H N G L
3
Fig. 6.
E 8 F
C
7.
6
4
A D B
C
8
D A 6 B
I 12 L
8.
14
26
G N H M
B C
9.
10
E
20
F
12
A D
A
10.
C B D
N
11.
M P O S

Chedel, inv.

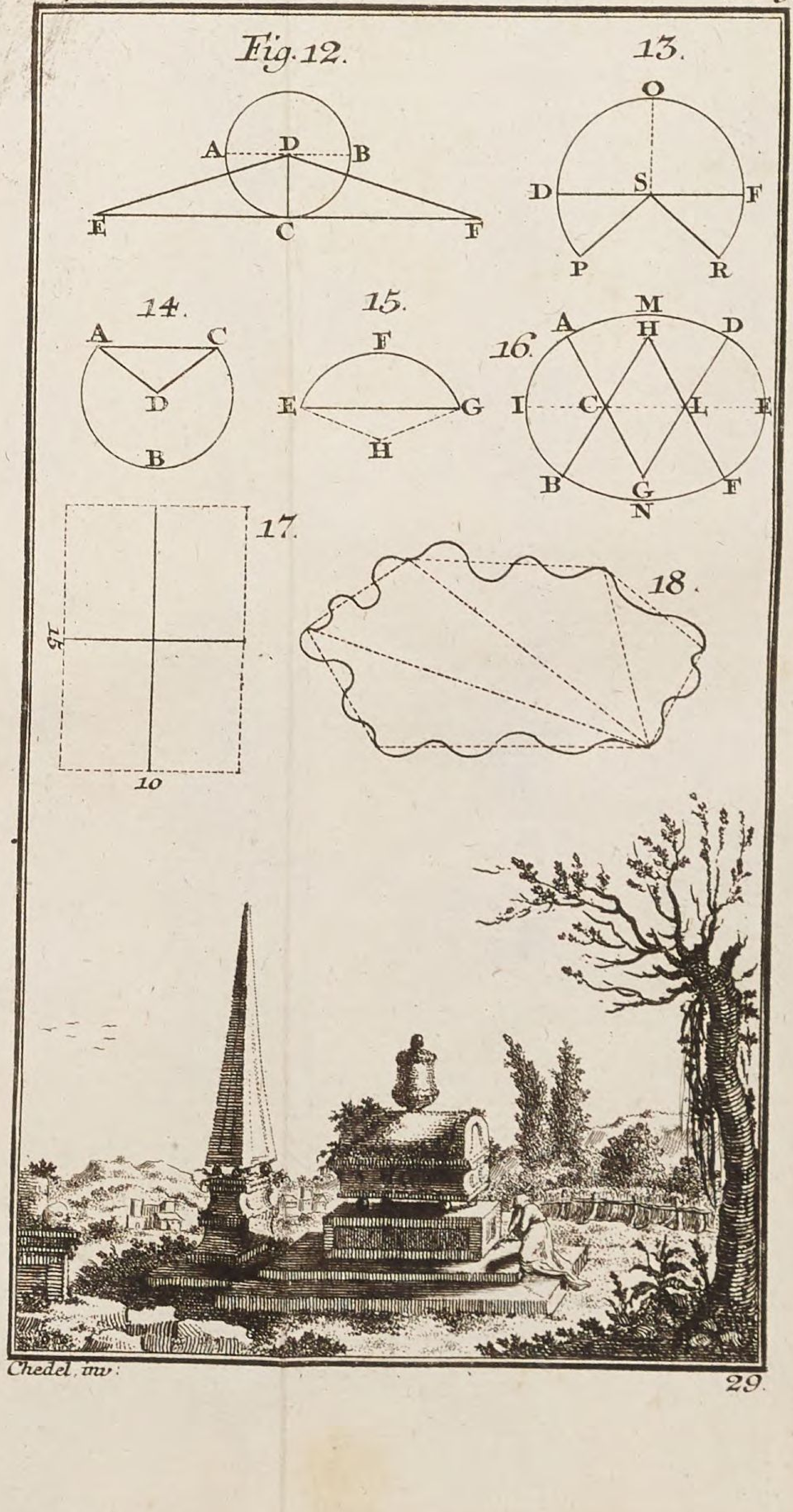


Fig. 12.
A D B
E C F
13.
O
D S F
P R
14.
A C
D
B
15.
F
E G
H
16.
M
A H D
I C L E
B G F
N
17.
15
10
18.

Chedel. inv:

117.
97

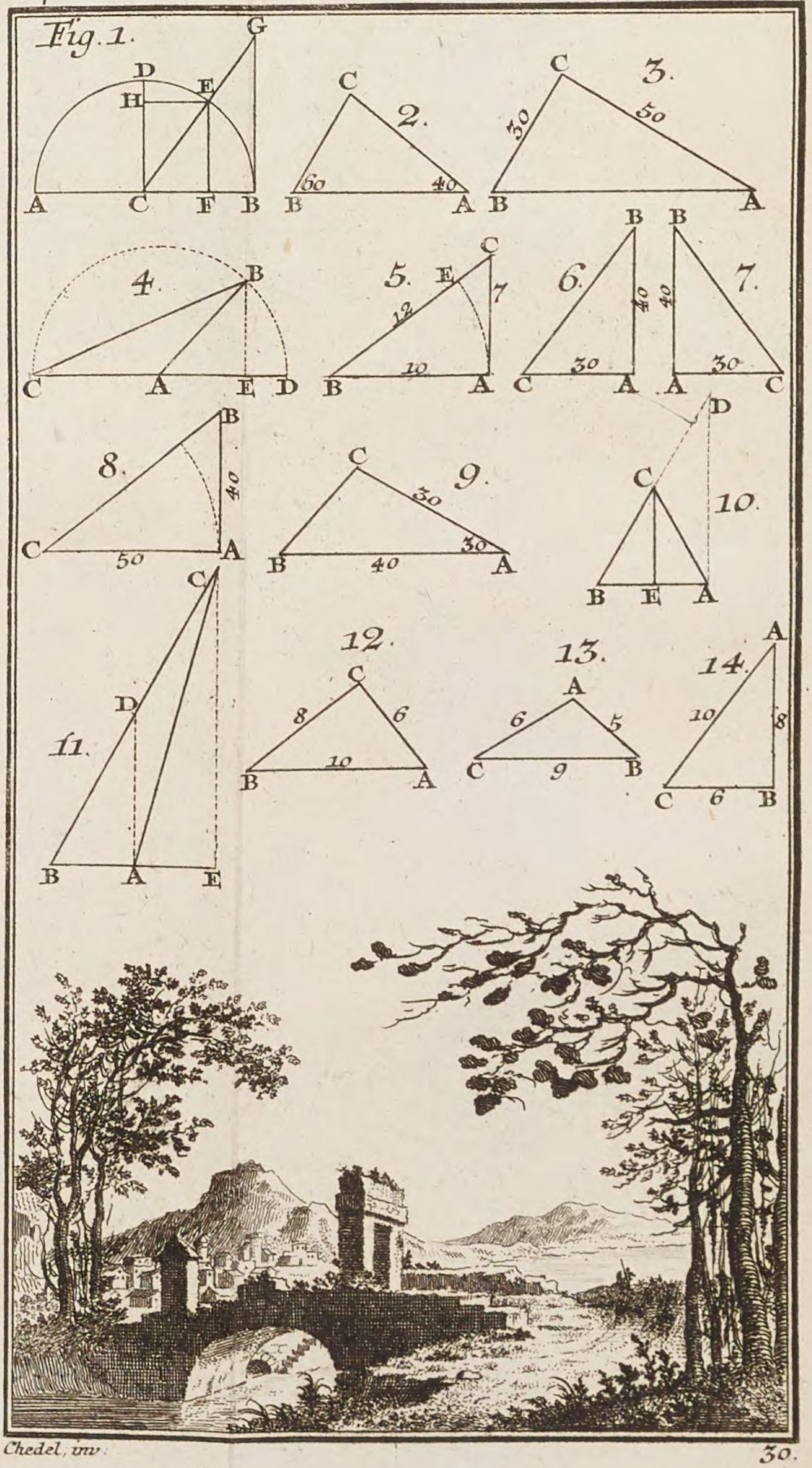
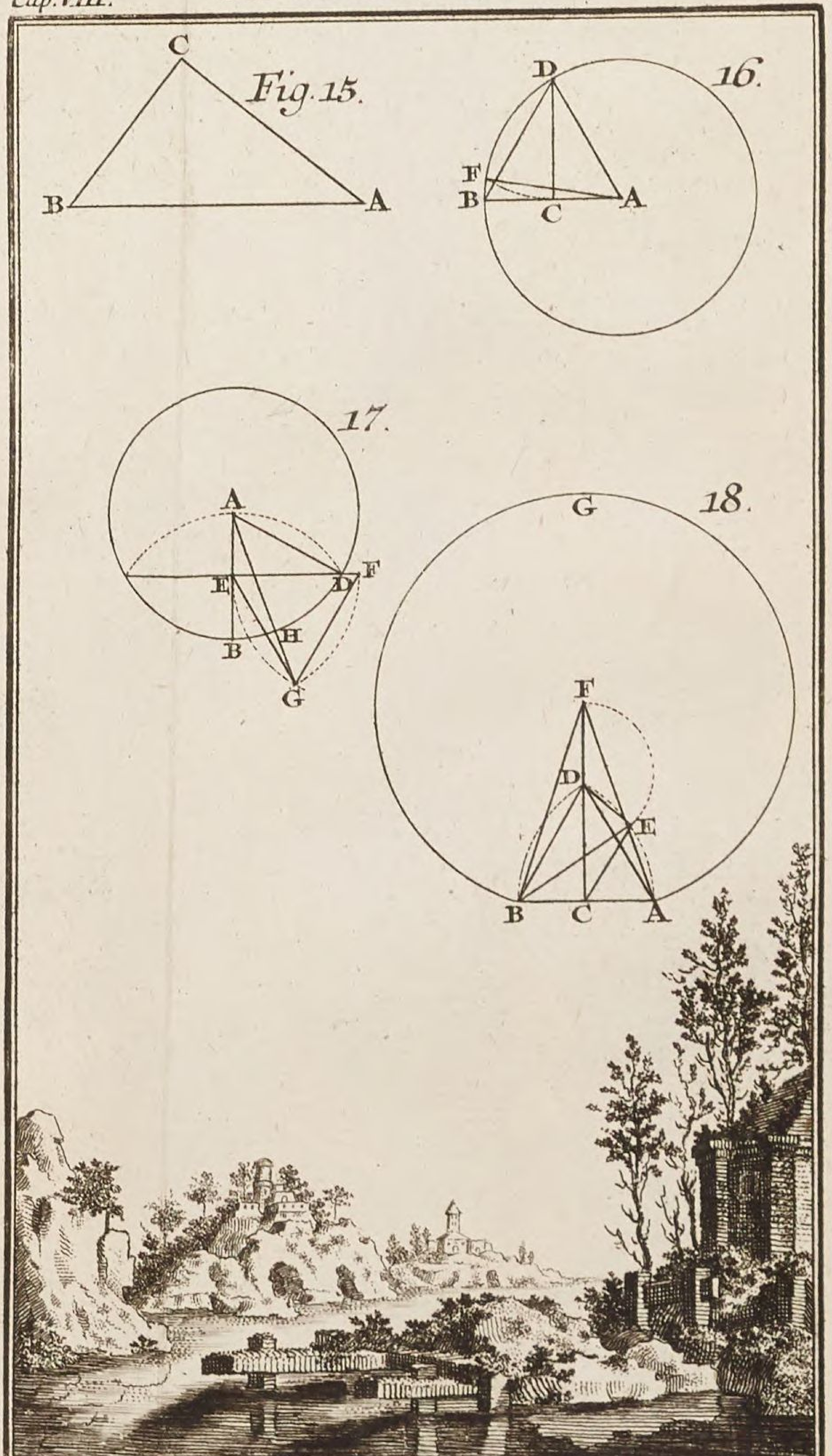


Fig. 1.
G
D
E
H
A C F B
2.
C
60
40
B A
3.
C
30
50
B A
4.
B
C A E D
5.
C
E
12
7
10
B A
6.
B
40
30
C A
7.
B
40
30
A C
8.
B
40
50
C A
9.
C
30
30
40
B A
10.
D
C
B E A
11.
C
D
B A E
12.
C
8
6
10
B A
13.
A
6
5
9
C B
14.
A
10
8
6
C B

Chedel, inv.

Cap. VIII. Géométrie de le Clerc. Tab. 2.



Chedel, inv. 31.

Achtes Hauptstück.

Trigonometrie, oder Lehre von den Triangeln, die rechtlinicht sind, durch die Berechnung.

Durch die Aufgaben in diesem Hauptstücke soll man durch die Berechnung, einige Theile in einem Triangel finden lernen, dergleichen ist eine Seite oder ein Winkel, die man wirklich nicht messen kann, oder, wo man zum wenigsten voraussetzt, daß sie wirklich nicht gemessen werden können.

Um in einem Triangel durch die Berechnung den Inhalt eines Winkels oder einer Seite zu finden; so muß man zuvor drey andre bekannte Theile in einem Triangel wissen, z. E.

Zwo Seiten und einen Winkel, oder zween Winkel und eine Seite, oder drey Seiten.

Ferner ist zu wissen, daß die Winkel in keiner gleichförmigen Berechnung durch die

Anzahl der Grade ausgerechnet werden können, sondern durch diejenigen Zahlen oder Linien, welche man Sinus, Tangentes und Secantes nennet; diese muß man zuerst an einer geometrischen Figur kennen lernen.

Die Figur sey der halbe Zirkel ABD, (Fig. 1.) der Radius CD, perpendicular auf CB, der Punkt E nach Belieben in der Peripherie angenommen, die Perpendicularlinie EF, die Parallellinie EH, die Linie CG, die sich zu der perpendicularen BG, neiget; man nennet

Die Linie
- CD, oder CB, Sinum totum, oder den Sinus des rechten Winkels BCD.
- EF, den Sinus rectus der Winkel BCE, ECA. EH, den Sinus complementi. Sein Bogen DE mit dem Bogen des Sinus recti BE machet ein Viertheil des Zirkels.
- BG, die Tangente des Winkels BCE, CG, die Secante eben dieses Winkels BCE.

Wenn man eben so viel Sinus rectos EF, und eben so viel Tangenten und Secanten annimmt, als Minuten in dem Viertheile des Zirkels BD sind; so ist klar, daß es gleich viel Linien von unterschiedener Länge sind, welche um so viel kürzer sind, je entfernter der Punkt E von dem Sinus totus CD ist; und wenn man diesen Sinum totum von 10000 oder 10000000 gleichen Theilen

len annimmt; so werden die andern Linien alle von verschiednem Inhalte seyn, nach den verschiedenen Oeffnungen der Winkel, von welchen sie entweder die Sinus, oder die Tangenten, oder Secanten sind: von diesen unterschiednen Sinus, Tangenten und Secanten hat man Tafeln verfertiget, deren Einrichtung wir erklären müssen, damit man sie brauchen kann.

Es sind gemeiniglich zwo Tafeln zu einem Grade; und jede Tafel hat also 30 Minuten.

Eine Tafel hat 6 gebrochne Seiten: die erste enthält die Minuten mit den oben oder unten bemerkten Graden.

Die andre enthält die Sinus, die mit den Minuten in einer Reihe stehen.

Auf der dritten stehen die Tangenten: auf der vierten die Secanten.

Die zwo übrigen Columnen enthalten die Sinus und Tangentes, welche man Logarithmen nennet.

Diese Tafeln, deren jede eine Seite ausmacht, sind dergestalt in einander eingerichtet, daß die Sinus, Tangenten und Secanten der einen, die Complemente der Sinus, Tangenten, und Secanten auf der andern sind, d.i. wenn ich einen Sinus auf der Tafel rechter Hand nehme; so ist der gegen übersteht,

auf der Tafel linker Hand, sein Sinus complementi, und umgekehrt, wenn ich einen Sinus von der Tafel linker Hand nehme; so ist der Sinus auf der rechten Tafel sein Complement, dergestalt, daß die Winkel der zween Sinus, welche sich auf einander beziehen, zusammen genommen, ordentlich einen rechten Winkel machen; und eben das gilt auch von den Tangenten und Secanten.

Alle Tafeln der linken Hand steigen von Grade zu Grade / von einem an bis zu fünf und vierzig: die auf der rechten Hand steigen auch von Grade zu Grade, bis auf neunzig; aber vom Ende des Buches anzufangen und bis zum Anfang des Buches zurück zu zählen; so daß am Anfang des Buches die erste Tafel linker Hand und die letzte rechter Hand gegen einander über zu stehen kömmt.

Nach dieser Erklärung wird es nicht schwer seyn, in diesen Tafeln, den Sinus, die Tangente oder die Secante eines gegebnen Winkels, wie auch den Inhalt eines Winkels durch seinen Sinus / seine Secante oder Tangente zu finden. Man verlangt z. E. den Sinus von 30 Graden/15 Minuten; so darf ich nur in die Tafel vom 30 Grade zur linken Hand sehen; so finde ich an der Seite, wo die 15 Minuten sind/den begehrten Sinus 50377. Und umgekehrt/ weil die Zahl 50377 in der Columne der Sinus an der Seite der 15 Minuten, und in der Tafel des 30 Grades stehet; so kann ich schlüssen/ daß er ist der Sinus eines Winkels von 30

Graden

Graden 15 Minuten; und so verfährt man auch mit den Tangenten und Secanten.

Bey dem Verleger dieses Buches findet man eine schöne Ausgabe dieser Tafeln der Sinus/ Tangenten/ Secanten/ und Logarithmen, verfertiget von Adrian Vlack und verbessert durch den Herrn Ozanam. in 8.

Erste Aufgabe.

Der Inhalt zweener Winkel A und B in dem Triangel ABC ist bekannt, man soll den Inhalt des dritten finden (Fig. 2.)

Der Winkel A habe 40 und B 60 Grad; beyde zusammen genommen machen 100 Grade.

Alle drey Winkel zusammen genommen, gelten 180. (29. §. II. Hauptst.)

Nehmet von 180, 100 hinweg; so bleiben 80 Grade für den Winkel C.

ABC	180
AB	100
C	80

Gebrauch der Sinus.

Zweyte Aufgabe.

Der Inhalt der Winkel A und B, und der Seite AC ist bekannt/ man soll auch den Inhalt der Seite BC finden. (Fig. 2.)

Nehmet in den Tafeln den Sinus des Winkels B, ingleichen den Sinus des Winkels A; der erste wird seyn 86603, der andere 64279: rechnet hier nach einer Proportionsregel und saget:

Wenn der Sinus des Winkels B, 86603 giebt 20 Ruthen für die entgegengesetzte Seite AC, was wird der Sinus des Winkels A 64279 geben zur entgegengesetzten Seite BC?

Nach der Berechnung dieser Regel kriegt ihr 14 Ruthen für die Seite BC, und eben diese Ruthen können auch durch diese andre Gleichungsrechnung gefunden werden.

Wie sich verhält der Sinus des Winkels B	86603
Zum Sinus des Winkels A	64279
So verhält sich die Seite AC	... 20
Zur Seite BC.	... 14

Wollt ihr eine genauere Bestimmung haben, d. i. den Inhalt der Seite BC genauer wissen; so theilet die 20 Ruthen der Seite AC in Schue ab, wie auch in Zolle und Linien, wenn es nöthig ist; und setzet an statt 20 Ruthen, 120 Schue oder 1440 Zolle oder 17280 Linien, denn so viel machen die 20 Ruthen AC aus: rechnet nach der obigen Regel; so werdet ihr finden, daß der Inhalt der Seite CB 14 Ruthen 5 Schue 9 Linien und noch etwas darüber ist.

Um

Um den Inhalt der Seite AB zu erfahren, muß man den Inhalt des Winkels C suchen, der 80 Grade hat: (1 Aufg.) und alsdann folgende Rechnung machen:

Wie sich verhält der Sinus des Winkels B	86603
Zum Sinus des Winkels C	98481
So verhält sich die Seite AC	... 20
Zur verlangten Seite AB	... 22

Dritte Aufgabe.

Der Inhalt der Seiten BC, AC, und des Winkels A sind bekannt, man soll den Inhalt des Winkels B finden. (Fig. 3.)

Suchet den Sinus des Winkels A, und wenn ihr ihn gefunden habt, nämlich 45399; so rechnet folgendergestallt nach der Proportionsregel:

Wenn die Seite BC von 30 Ruthen, giebt 45399, für den Sinus des Winkels A; was giebt AC, von 50 Ruthen für den Sinus des Winkels B?

Nach dieser Regel wird heraus kommen 75665 für den verlangten Sinus.

Suchet diesen Sinus in den Tafeln; so werdet ihr finden, daß es ein Winkel ist, von 49 Graden 10 Minuten.

Man kann es auch folgender Maasse nach dem Verhältnisse ausrechnen.

Wie die Seite BC von 30 Ruthen sich verhält zu der Seite AC von	50
So verhält sich der Sinus des Winkels A	45399
Zum Sinus des Winkels B	75665

Vierte Aufgabe.

Den Inhalt der Seite BC, welche dem stumpfen Winkel A entgegengesetzt ist, zu finden. (Fig. 4.)

Der Sinus B ist den zween Winkeln BAC, BAD gemeinschäfftlich, daraus folgt, daß er ohne Schwürigkeit zu dem spitzigen Winkel BAD von 50 Graden, genommen werden kann, so wie auch zum stumpfen Winkel BAC von 130 Graden. Nur muß man merken, daß er in den Tafeln nicht anderst, als durch den Inhalt des spitzigen Winkels gefunden werden kann, indem die Grade der Tafeln nicht über 90 steigen; daher muß der Sinus 76604, den wir hier für den stumpfen Winkel BAC nehmen, durch die 50 Grade des spitzigen Winkels BAD gesucht werden. Wenn man das nun weiß; so saget wie sonsten nach der Proporzregel:

Wenn der Sinus des Winkels D 42262, 20 giebt für die Seite AB, was wird geben der Sinus des Winkels BAD, 76604?

Das nach der Regel ausgerechnet; so wird heraus kommen für die Seite BC 36, $\frac{10648}{42231}$.

Gebrauch

Gebrauch der Tangenten und Secanten.

Fünfte Aufgabe.

Der Winkel A ist ein rechter Winkel, der Winkel B und die Seite zwischen beyden Winkeln ist bekannt, man soll den Inhalt der Perpendicularlinie AC und der Hypothenuse BC schaffen. (Fig. 5.)

Nehmet den Bogen AE an, der aus dem Punkte B beschrieben ist; so wird die Perpendicularlinie AC die Tangente BC, die Secante und die Grundlinie AB der Sinus totus seyn.

Suchet in den Tafeln, die Tangente und die Secante des Winkels B, so werdet ihr finden 70021 für die erstere, und 122077 für die andere: darnach machet folgende Proportionsrechnungen, diese werden den Inhalt der Linien AC, BC herausbringen.

Erstlich, wie sich verhält der Sinus totus	100000
Zu der Tangente	.70021
Ingleichen die Grundlinie AB	10
Zu der Perpendicularlinie AC	7
Zweytens, wie der Sinus totus	100000
Zu der Secante	122077
So verhält sich die Grundlinie AB	10
Zu der Hypothenuse BC	12

Anderst. Wie sich verhält der Sinus totus 100000 zu der Grundlinie AB, 10; so verhält sich die Tangente 70021 zur Perpendicularlinie AC, 7, und die Secante 122077 zur Hypothenuse BC, 12.

Sechste Aufgabe.

Die Seiten AB, AC, welche einen rechten Winkel machen, sind bekannt, man soll die Hypothenuse BC finden. (Fig. 6.)

Nehmet an, die Seite AB habe 40 und die Seite AC 30 Ruthen.

Multipliciert AB mit sich selbst, d. i. 40 durch 40; das Product 1600 wird sein Quadrat seyn.

Multiplicirt auch 30 mit 30, und sein Product 900 ist das Quadrat der Seite AC. (1. Aufg. 7. Hauptst.)

Addiret diese zwey Quadrate zusammen, und ziehet aus der Summe 2500 die Quadratwurzel heraus, welche der Inhalt der Hypothenuse BC seyn wird. (45. S. II. Hauptst.)

Siebende Aufgabe.

Die Hypothenuse BC und der Schenkel AC ist bekannt, man soll den andern Schenkel AB auch finden, der den rechten Winkel BAC macht.

(Fig. 7.)

Neh-

Nehmet von dem Quadrate von BC, das Quadrat von AC hinweg, d. i. ziehet 900 von 2500 ab; so bleiben 1600, dessen Quadratwurzel 40 die Grösse des Schenkels AB ist.

Achte Aufgabe.

Die Seiten AB, AC, die den rechten Winkel A machen, sind bekannt, man soll die die zween Winkel B und C finden. (Fig. 8.)

AC sey Sinus totus, AB die Tangente.

Wie der Schenkel AC, 50, sich verhält zu dem Schenkel AB, 40; so verhält sich der Sinus totus 100000 zu der Tangente AB 80000.

Suchet diese Tangente 80000, und wenn ihr sie in der Tafel des 38 Grades an der Seite von 40 Minuten gefunden habt; so schlüsset daraus: der Winkel C sey 38 Grad 40 Minuten.

Der Inhalt des Winkels B könnte auf gleiche Weise gefunden werden, wenn man AC für die Tangente annimmt, und AB für den Sinus totus; aber es wird nach der ersten Aufgabe leichter erkannt werden können.

Neunte Aufgabe.

Der Winkel A und die Seiten, die ihn machen, sind bekannt, man soll die andern Winkel finden. (Fig. 9.)

Die

Die drey Winkel eines Triangels zusammen genommen, haben 180 Grade; wenn man also den Winkel A von 30 Graden von 180 abzieht; so bleiben 150 für die Winkel B und C übrig. Die Hälfte davon 75, hat zur Tangente 373205: wenn man dieses weiß; so bediene man sich der Proportionsregel folgender maaßen:

Wie sich verhält die Summe der bekannten Seiten AB, AC,	 70
Zu ihrer Differenz	 10
So verhält sich die Tangente von 75 Graden	373205
Zu einer verlangten Tangente	. 53315

Suchet in den Tafeln diese Tangente 53315, so werdet ihr finden, daß ihr Winkel ist 28 Grade 4 Minuten.

Thut diese 28 Grade 4 Minuten zu den 75 Graden der Hälfte der Summe der unbekannten Winkel; so habt ihr 103 Grade 4 Minuten für den Winkel C, der der grösten Seite AB entgegengesetzt ist.

Ziehet auch diese 28 Grade 4 Minuten von den 75 Graden ab; so habt ihr in dem Reste, nämlich in 46 Graden 56 Minuten, den Inhalt des Winkels B.

Zehende Aufgabe.

Der Winkel B und die Seiten, die ihn machen, ist bekannt, man soll die Perpendicularlinie CE finden. (Fig. 10.)

Man nehme die Perpendicularlinie AD und die bis in D verlängerte Seite BC an; wenn man AB für den Sinus totus annimmt; so ist BD die Secante des Winkels B.

Suchet in den Tafeln die Secante von 60 Graden, so wird dieselbe 200000 seyn.

Also wie sich verhält der Sinus totus AB von 100000 zu AB von 40:

So verhält sich die Secante BD von 200000 zu BD von 80. (5. Aufg.)

Und wie BD von 80 sich verhält zu BC von 40; so verhält sich AB von 40 zu BE von 20.

Wie also BC zu CD; so ist BE zu EA. (52. S. II. Hauptst.)

Und da AD perpendicular ist; so ist es EC auch. (57. S. II. Hauptst.)

Wenn man endlich auch BE zum Sinus totus genommen hat, so ergiebt sich, daß

Wie der Sinus totus BE		100000
Ist zu der Tangente EC		173205
So ist auch die Grundlinie BE		20
Zu der Perpendicularlinie EC		$34\frac{641}{1000}$

Eilfte Aufgabe.

Der Winkel B und die Seiten AB, BC sind bekannt, man soll die Perpendicularlinie CE finden. (Fig. 11.)

Die Linie AD mag perpendicular seyn, und AB der Sinus totus: BD wird die Secante des Winkels B seyn. Dieses einmal festgesetzt, so sprechet:

Wie sich verhält AB, Sinus totus	100000
Zu der Secante BD	200000
So verhält sich die Grundlinie AB	20
Zu der Hypothenuse BD	40

Ferner,

Wie BD, 40; ist zu BC 80:
So ist AB, 20; zu BE, 40:

Und wenn ich auch BE für den Sinum totum annehme;

Wie

Wie sich verhält BE Sinus totus 100000
Zu CE, der Tangente des Winkels B 173205
So verhält sich die Grundlinie BE 40
Zu CE, welche die begehrte Perpendicularlinie ist. $96\frac{141}{500}$

Zwölfte Aufgabe.

Die drey Seiten des Triangels ABC sind bekannt, man soll den Inhalt des Winkels C finden. (Fig. 12.)

AB mag 10, AC 6, und BC 8 Ruthen haben.

Die Differenz der Seiten AC, BC, welche den Winkel C machen, ist 2 Ruthen.

Multipliciert 10 durch 10, das Product 100 wird das Quadrat der Seite AB seyn, die dem Winkel C entgegengesetzt ist.

Ziehet vom Quadrate von AB, die Differenz der Seiten AC und BC ab, d. i. ziehet 4 von 100 ab; so bleiben 96, zu diesen setzet 5 Nullen, so habt ihr 9600000.

Multipliciert die Seiten AC, BC durch sich selbst, d. i. 6 durch 8; so giebt das Product 48, doppelt genommen 96.

Dividirt endlich 96 in diese 9600000; so giebt sich der Sinus totus 100000, woraus

ihr

ihr alsdann schlüssen könnet, der Winkel C sey ein rechter Winkel.

Dreyzehende Aufgabe.

Die drey Seiten des Triangels ABC sind bekannt, man soll den Inhalt des stumpfen Winkels A finden. (Fig. 13.)

Das Quadrat der Differenz der Seiten AB, AC, d. i. eins abgezogen von dem Quadrate von BC, 81, läßt übrig 80, welche, wenn 5 Nullen darzu kommen, machen 8000000.

Die Seiten AB, AC multiplicirt durch sich selbst, geben 30, welche doppelt genommen 60 machen. Diese 8000000 dividirt durch 60, geben 133333, und wenn man die Einheit, d. i. den Sinus des rechten Winkels wegnimmt; so bleibet 33333 der Sinus eines Winkels von 19 Graden, 28 Minuten, woraus wir sehen, daß der Winkel A ohne den rechten Winkel 19 Grade 28 Minuten ist, und daß er selber auf diese Weise 109 Grade 28 Minuten zum Inhalte habe.

Vierzehende Aufgabe.

Man will den Inhalt des spitzigen Winkels A wissen. (Fig. 14.)

Das Quadrat der Seite BC, welche dem Winkel A entgegengesetzt ist, ist 36.

Das Quadrat der Differenz der Seiten AB, AC ist 4. Vier von 36 abgezogen, bleibt 32; fünf Nullen darzu, ist 3200000.

Die

Die Seiten AB, AC, mit einander multipliciert, geben 80, welches, doppelt genommen, 160 macht.

Dividiret die 3200000 durch die 160; so bekommt ihr 20000: diese abgezogen vom Sinus totus 100000; so bleibt der Sinus 80000 übrig. Diesen findet man unter dem 53 Grade; sein Supplement aber 59995, welches der ihm gegen über stehende Sinus ist, ist der Sinus des Winkels A, 36 Grad 52 Minuten.

Gebrauch der Logarithmen.

Fünfzehende Aufgabe.

Die Winkel A, B, und die Seite BC, sind bekannt, man soll den Inhalt der Seite AC durch die Logarithmen finden. (Fig. 15.)

Der Gebrauch der Sinus und Tangentenlogarithmen ist vom Gebrauche der andern Sinus und Tangenten darinn unterschieden, daß daselbst die Rechnungen blos durch Addiren und Subtrahiren aufgelöst werden, ohne daß man Schue, Zolle, oder Ruthen zu Gliedern der Rechnung annimmt, d. i. wie man einen Sinus oder Tangentenlogarithmus anstatt der Anzahl der Grade und Minuten eines Winkels setzt; so setzt man auch einen Logarithmus für die Anzahl der Ruthen, Schue oder Zolle, die eine Linie enthalten kann. Die Zahlen und ihre Logarithmen sind in gebrochnen Seiten auf ihren Tafeln, und folgen auf die Tafeln der Sinus. Man sucht unter den Zahlen

diejenige, welche zum Inhalt einer Linie gegeben worden. Und ihr zur Seite steht der Logarithmus.

Wenn man nun in den Tafeln, die Sinuslogarithmen 977946, 991857 für die Winkel A und B, und den Logarithmus 138021 für die Seite CB von 24 Ruthen hat, so verfahre man nach der folgenden Proportionsregel:

Wenn der Sinus Logarithmus des Winkels A	977946
Giebt den Logarithmus der Seite BC	138021
Was giebt der Sinus Logarithmus des Winkels BE	991857

Addiret das zweyte Glied der Rechnung zum dritten, und ziehet von der Summe 1129878 das erste ab; so bleibt der verlangte Logarithmus übrig, nämlich 151932.

Suchet diesen Logarithmus in den Tafeln der Logarithmen, und wenn ihr ihn neben der Zahl 33 gefunden habt; so saget, 33 sey der Inhalt der Seite AC.

Man kann durch diese Berechnungen gewisse Aufgaben untersuchen, welche keinen Beweis für sich haben, und die doch in der Ausübung richtig zu seyn scheinen. Dergleichen ist die 23, 24, 25 Aufgabe des dritten Hauptstückes, welche nur deswegen voran geschickt worden sind, um sie hier zu untersuchen.

Sechs-

Sechszehende Aufgabe.

Wir sagen, der Bogen DF, der nach der 23 Aufgabe des dritten Hauptstückes abgeschnitten worden ist, sey ungefähr der siebende Theil der Peripherie des Zirkels, und man will nun wissen, in was dieses ungefähr bestehe. (Fig. 16.)

Ziehet die geraden Linien AD, BD; der Triangel ABD wird gleichseitig seyn, (12. Aufg. III. Hauptst.) und da die Winkel gleich sind; so wird jeder von 60 Graden seyn.

Nehmet BC für den Sinus totus 100000 an; der Winkel B von 60 Graden wird 200000 für die Secante BD und 173205 für die Tangente CD geben.

Die geraden Linien AD, AF, welche der Secante BD gleich sind, werden jede von 200000 seyn, und DF, welche wir der Tangente CD gleich gemacht haben, wird seyn 173205.

Die 3 Seiten des Triangels ADF sind bekannt; so suchet nun den Inhalt des Winkels DAF, (14. Aufg.) dieser wird seyn 51 Grade 19 Minuten.

Der Winkel am Mittelpunkte eines Siebeneckes ist 51 Grade 25 Minuten und etliche Seconden: (18. Aufg. III. Hauptst.) mithin ist der Bogen DF kleiner als 6 Minuten und etliche Seconden.

Untersuchung der 24. Aufgabe im dritten Hauptstücke.

Siebzehende Aufgabe.

Man sagt, daß der Bogen DH, der nach der 24. Aufgabe im dritten Hauptstücke abgeschnitten worden, ungefähr der neunte Theil seines Zirkels sey. Jtzt will man wissen, ob er grösser oder kleiner, und um wie viel ers sey. (Fig. 17.)

Der Triangel EFG ist gleichseitig; GEF ist also von 60 Graden, und wenn man den rechten Winkel AEF hinzu thut; so hat der Winkel GEA, 150 Grade.

Die Linie GE, die dem Radius AB gleich gemacht worden, ist noch einmal so groß als ihre Hälfte AE. Man nehme diese z. E. für 200 an; so ist GE 400.

Die beyden Seiten GE, AE sind bekannt, nebst dem Winkel AEG, der zwischen ihnen ist, der Winkel GAE wird also betragen 20 Grade, 6 Minuten. (9. Aufg.)

Ziehet den Winkel GAE vom Winkel DAE ab, d. i. 20 Grade 6 Minuten von 60 Graden; so bleiben 39 Grade, 54 Minuten für den Winkel DAH übrig.

Der

Der Winkel des Mittelpunkts in einem Neunecke ist 40 Grad; mitthin ist der Winkel DAH oder sein Bogen kleiner als 6 Minuten.

Untersuchung der 25 Aufgabe des dritten Hauptstückes.

Achtzehende Aufgabe.

Man giebt das Segment des Zirkels AGB, welcher Zirkel über die gerade Linie AB beschrieben worden / nach der 25 Aufgabe des dritten Hauptstückes. Man will die Differenz zwischen dem Winkel AFB, und dem wahren Winkel am Mittelpunkte eines regulären Neunecktes wissen. (Fig. 18.)

Man nehme die geraden Linien AD, BD, BE, AF an: der Winkel ABD ist 60 Grade, seine Hälfte DBE, 30 Grade. Ziehet 30 von 180; als von dem Inhalte der 3 Winkel des gleichseitigen Triangels DBE; so bleibt 150, oder vielmehr 75, für einen jedweden der Winkel EDB, und DEB.

Wenn ihr annehmet, BD habe 100000 gleiche Theile; so enthält die gerade Linie DE, oder die ihr gleiche DF, 51763. (2. Aufgabe.)

 Ferner

Ferner hat der Winkel BDC, 30 Grade, und sein Complement BDF, 150. (18. Satz II. Hauptstück.)

Der Inhalt von DB, DF und des Winkels BDF ist bekannt, der Winkel BFC wird also 19 Grade, 52 Minuten haben, (9. Aufgabe) und der doppelte AFB, 39 Grade, 44 Minuten.

Der Mittelpunktswinkel in einem Neunecke ist 40 Grade; der Winkel AFB ist kleiner als 16 Minuten.

Neuntes Hauptstück.

Von den Körpern.

Definitionen.

1.

Der Körper ist eine in die Länge, Breite, Tiefe oder Dicke ausgedehnte Grösse.

2. Ein Körper ist regulär, wenn eine Hälfte der andern gleich und ähnlich ist, er ist aber ganz und gar regulär, wenn alle seine Theile einander gleich und ähnlich sind.

Man hat nur sechs Körper, die vollkommen regulär sind: die dreyeckigte Spitzsäule (Tetraedron) den Würfel (Hexaedron) das Octaedrum, das Dodecaedrum, das Icosaedrum, und die Kugel, in welche man die fünf ersten nicht beschreiben kann.

3. Das Tetraedrum besteht aus vier gleichseitigen Triangeln von gleicher Gröse. (Fig. 1.)

4. Das Hexaedrum, das man gemeiniglich einen Würfel (cubum) nennet, ist von 6 Quadratflächen, die einander gleich sind, eingeschlossen. (Fig. 2.)

5. Das Octaedrum besteht aus acht gleichen und gleichseitigen Triangeln. (Fig. 3.)

6. Ein Dodecaedrum enthält zwölf reguläre und gleiche Fünfecke. (Fig. 4.)

7. Das Jcosaedrum besteht aus zwanzig trianglischen gleichen und gleichseitigen Flächen. (Fig. 5.)

Die Figuren A, B, C, D, E, dienen zum Muster, wie man aus Papier die fünf ersten Körper schneiden und darnach zusammen setzen kann.

8. Die Kugel hat eine einzige Fläche, gegen welche alle Linien aus dem Mittelpunkte gleich gezogen worden sind.

9. Der Durchmesser, um welchen sich eine Kugel drehet, heißt die Achse. (Fig. 6.)

Die andern Körper, welche man in der Geometrie betrachtet, sind das Parallelipipedum, das Prisma, die Pyramide, und die Spheroide.

10. Das Parallelipipedum ist ein Körper aus 6 Parallelogrammis, davon die einander entgegengesetzten parallel und gleich sind, zusammen gesetzt. (Fig. 7.)

11. Das

11. Das Prisma ist ein Körper, der zwischen zwoen parallelen, ähnlichen und gleichen Flächen regulär und gleich eingeschlossen ist.

12. Das Prisma heißt drey, vier, fünfwinklicht, u. s. f. nach Beschaffenheit der Figur der Flächen A und B, zwischen welchen es lieget. (Fig. 8.)

13. Das Prisma heißt man einen Cylinder, wenn es nach Säulenart rund ist. (Fig. 9.)

14. Wenn ein Cylinder auf einer horizontalen Fläche senkrecht auf derselben steht; so liegt er zwischen zween Zirkeln. Wenn er aber schief liegt, wie EF; so liegt er zwischen zwo Cylinien. (Fig. 9.)

15. Die Axe eines Cylinders ist eine Linie, welche durch den Mittelpunkt der einander entgegenstehenden Flächen A und B geht, und um welche sich der Körper dreht oder drehen kann.

16. Die Pyramide ist ein Körper, dessen Theile sich von einer Grundfläche erheben und sich in einem Punkte vereinigen, den man die Spitze nennet. (Fig. 10.)

17. Die Pyramide bekömmt auch ihre Benennung von der Figur ihrer Grundfläche: man nennet sie drey, vier, fünfwinklicht, wenn ihre Grundfläche ein Dreyeck, Quadrat oder Fünfeck ist.

18. Der Kegel ist eine Pyramide, welche, wenn er gerade auf seiner Grundfläche aufstehet, einen Zirkel A; oder aber eine ablange Rundung, (Ellipsin) wenn er sich wie der Kegel B neiget, zur Grundfläche hat. (Fig. 11.)

19. Ein Spheroidischer Körper ist eine länglichte oder ablange Kugel. (Fig. 12.)

20. Die Elliptische Spheroide sieht aus wie ein Ey.

Alle andern Körper werden aus den gedachten zusammengesetzt.

21. Der geometrische Aufzug oder Perspectiv eines Körpers, ist eine Beschreibung aller seiner Ausmessungen, entweder durch zwo Zeichnungen, wovon eine der Grundriß, oder Ichnographie, die andere der Aufriß, oder Ortographie, oder durch eine, die man Scenographie heisset.

22. Die Ichnographie oder der Grundriß ist eine ebene Figur, welche die Horizontalausmessung eines Körpers zeiget. (Fig. 13.)

Wie z. E. die Figur AB, welche auf dem Boden CD zu liegen käme, wenn von allen Theilen des Körpers L Bleyschnuren sich herunter liessen.

23. Der Aufriß oder Ortographie ist die ebne Figur, welche die verticalen Ausmessungen d. i. die Höhe der Körper darstellet.

Wie

Wie z. E. die Figur E ist, beschrieben durch die horizontalen Parallellinien von den Theilen des Körpers L bis auf die verticale Fläche CD.

24. Der Aufriß wird zuweilen in zwoen Zeichnungen vorgestellet. Die eine heißt die Aussicht, dadurch werden die äussern Theile eines Körpers dem Gesichte dargestellet. Die andere heißt der Durchschnitt, und läßt die innern Theile sehen.

25. Den Umfang oder die äussersten Theile eines Durchschnittes nennet man Profil. (Fig. 15.)

DEF ist die Aussicht, GNM der Durchschnitt, KLM das Profil.

26. Die Scenographie ist eine Zeichnung, welche den ganzen Körper in seinen Ausmessungen seiner Höhe, Breite und Dicke vorstellet.

Diese Zeichnung ist geometrisch, wenn alle ihre Linien nach einem Maasstabe können gemessen werden: perspectivisch aber, wenn sie nur mit einem perspectivischen Maaßstabe gemessen werden können, wenn der Körper so vorgestellt wird, wie ich ihn mit einem Blicke ansehe, oder wie er mir vorkömmt, wenn ich ihn aus einem Orte allein betrachte. (Fig. 16.)

N ist ein geometrischer Cubus, O aber ein perspectivischer.

27. Bö-

27. Böschung ist ein Hang, den man einem Körper giebt, um ihn zu unterstützen.

Wie die Böschung LM. (Fig. 15.)

28. Den Grund eines Körpers, z. E. eines Thurms, aufnehmen, heißt die Figur des Bodens beschreiben, welchen er perpendicular auf dem Grunde stehend einnimmt. (Fig. 17.)

Von den Ausmessungen der körperlichen Grössen.

Man mißt die Körper durch Cubicruthen und durch Theile der Cubicruthen.

Die französische Cubicruthe ist ein rechtwinklichtes Parallelipipedum, welches sechs Schue in die Höhe: 6 Schue in die Breite und 6 in die Dicke oder Tiefe hat.

Ihre Theile sind der Schue, der Zoll und die körperliche Linie, auf der Quadratruthe, dem Quadratschue, und Quadratzollen. Der Schue, der Zoll und die körperliche Linie, die auf Ruthen, Schuen und Zollen hinläuft, kurz der Cubicschue, Cubiczoll und Cubiclinie.

Der körperliche Schue auf einer Quadratruthe ist ein Parallelipipedum von einem Schue dick auf einer Quadratruthe.

Ein körperlicher Schue auf einer Ruthe sich fortbewegend, ist ein Parallelipipedum,

von einer Ruthe in die Länge, zwischen zwoen Flächen, jedwede von einem Quadratschue.

Sechs körperliche Schue auf einer Quadratruthe, machen eine Cubicruthe.

Sechs körperliche Schue auf einer Ruthe fortlaufend, machen einen körperlichen Schue auf einer Quadratruthe.

Sechs Cubicschue machen einen körperlichen Schue auf der Ruthe fortlaufend.

Zweenhundert und sechszehn Cubicschue machen eine Cubicruthe.

Der körperliche Zoll auf einem Quadratschue ist ein Parallelipipedum, eines Zolles dick auf einem Quadratschue.

Der körperliche Zoll auf einem Schue hinlaufend, ist ein Parallelipipedum einen Schue lang, zwischen zwoen Flächen jede eines Quadratzolles.

Zwölf körperliche Zolle auf einem Quadratschue sich fortbewegend, machen einen Cubicschue.

Zwölf körperliche Zolle auf einem Schue, machen einen körperlichen Zoll auf einem Quadratschue.

Zwölf cubische Zolle machen einen körperlichen Zoll auf einen Schue sich hinbewegend.

Tau-

Tausend siebenhundert und acht und zwanzig Cubiczolle machen einen Cubicschue.

Die körperliche Linie auf einem Quadratzolle ist ein Parallelipipedum einer Linie in die Dicke auf einem Quadratzolle.

Die körperliche Linie auf einem Zolle fortlaufend, ist ein Parallelipipedum einen Zoll lang, zwischen zwoen Flächen jede von einer Quadratlinie.

Zwölf körperliche Linien auf einem Quadratzolle geben einen Cubiczoll.

Zwölf körperliche Linien auf einem Zolle sich hinbewegend, machen eine körperliche Linie auf einem Quadratzolle.

Zwölf Cubiclinien machen eine körperliche Linie auf einem Zolle fortlaufend.

Tausend siebenhundert und acht und zwanzig Cubiclinien machen einen Cubiczoll.

AB, zwölf körperliche Linien auf einem Quadratzolle machen einen Cubiczoll. (Fig. 18.)

CD, zwölf körperliche Linien auf einem Zolle hinlaufend, machen eine körperliche Linie auf einem Quadratzolle.

EF

EF, Zwölf Cubiclinien machen eine körperliche Linie auf einem Zolle. (Fig. 20.)

G, ist eine Cubiclinie. (Fig. 20.)

Anmerkungen.

Flächen durch Linien multipliciert geben körperliche Grössen.

Quadratruthen multipliciert durch einfache/ geben Cubicruthen.

Einfache Ruthen multipliciert mit Schuen/ auf Ruthen/ oder Quadratruthen multiplicirt mit einfachen Schuen / geben körperliche Schue auf Quadratruthen.

Einfache Ruthen multiplicirt durch Quadratschue geben körperliche Schue auf Ruthen.

Einfache Schue multipliciert durch Schue auf Ruthen / geben auch körperliche Schue auf Ruthen.

Einfache Schue multipliciert durch Quadratschue, geben Cubicschue.

Einfache Schue multipliciert durch Zolle/ auf Ruthen/ geben körperliche Zolle auf Quadratschuen.

Qua-

Quadratschue multipliciert durch einfache Zolle geben körperliche Zolle auf Quadratschuen.

Einfache Schue durch Quadratzolle multipliciert/ geben körperliche Zolle auf Schuen.

Einfache Zolle mit Quadratzollen multipliciert/ geben Cubiczolle.

Eben das gilt auch von den Zollen in Ansehung der Linien.

Erste Aufgabe.

Einen Cubus oder ein Parallelipipedum zu messen.

Man muß die ganze Grundfläche durch die Höhe des Körpers multipliciren.

Exempel:

Multipliciret die Grundfläche BD, (Fig. 21.) oder die entgegengesetzte und jener gleiche Grundfläche AC, durch die Perpendicularen AB; 9 Quadratschue durch drey ordentliche: das Product 27 Cubicschue wird seyn, was man verlangt hat.

Die 9 Quadratschue der Oberfläche AECF haben jede unter sich eine Schicht von 3 Cubicschuen: dreymal 9 aber macht 27.

Um

Um den Inhalt des Parallelipipedi GH zu bekommen, (Fig. 22.) so muß man, wie oben, die Theile der Oberfläche GI, durch die Theile der perpendicular stehenden GN, 32 durch 5, multiplicieren. Das Product 160 Cubicschue ist, was man verlangt.

Wenn das Parallelipipedum LM (Fig. 23.) eine Höhe LN von drey Ruthen, eine Länge OM von 2 Ruthen, zween Schuen, und eine Breite NO von 2 Ruthen hätte; so müste man MO durch ON, 2 Ruthen 2 Schue, durch 2 Ruthen multiplicieren; das Product würde seyn 4 Quadratruthen, 4 Schue für die Oberfläche NM.

Man müste diese Oberfläche NM durch die Höhe LN multiplicieren, 4 Quadratruthen, 2 Schue durch 3 Ruthen, das Product würde seyn 12 Cubicruthen und 12 körperliche Schue auf Quadratruthen, welche machen 2 Cubicruthen: diese zu den 12 addirt; so wird der Körper LM 14 Cubicruthen haben.

Quadratruthen	Schue auf Ruthen.
4	4
3	
12	12

Wenn aber AB (Fig. 24.) 4 Schue, BC 2 Schue 3 Zolle, und CD, 3 Schue 4 Zoll wären; so müste man erstlich den Inhalt der

Oberfläche ED suchen, welcher wäre 6 Quadratschue, 17 Zolle über Schue und 12 Quadratzolle. Darnach

Die sechs Schue der Oberfläche durch die vier Schue der Höhe multiplicieren, das Product würde seyn 24 Cubicschue.

Endlich auch die 17 Zolle der Oberfläche durch die 4 Schue der Höhe multipliciren, das Product würde seyn 68 körperliche Zolle über Quadratschue.

Quadratschue.	Zolle.	Quadratzolle.
6	17	12
4		
24	68	48
Cubicschue.	körperliche Zolle über die Quadratschue.	körperliche Zolle auf den Schuen.

Endlich müste man auch die vier Schue der Höhe durch die 12 Quadratzolle der Oberfläche multipliciren: das Product würde seyn 48 körperliche Zolle auf Schuen, d. i. 4 körperliche Zolle auf Quadratschuen, welche zu den 68 genommen, 72 machen, d. i. 6. Cubicschue, welche mit den 24 Cubicschuen 30 für den Inhalt des Körpers AD machten.

Um den Inhalt des Parallelipipedi LO (Fig. 25) zu bekommen; dessen Oberfläche MO 4 Quadratruthen, 10 Schue auf R. 6 Quadratschue hat, seine Höhe aber LM 3 Ruthen 2 Schue; so müste man

Die

Die Ruthen mit Ruthen multipliciren, 4 durch 3, das Product würde seyn 12 Cubicruthen.

Die Ruthen durch die Schue, 3 durch 10, 4 durch 2 multipliciren; die Producte würden seyn 30, und acht körperliche Schue, auf Quadratruthen.

Wie auch die 2 Schue durch 10 multipliciren, das Product würde seyn 20 körperliche Schue auf die Ruthen.

Die 3 Ruthen durch die 6 Quadratschue multiplicieren, das Product würde seyn 18 körperliche Schue über den Ruthen.

Wiederum die 2 Schue durch die 6, davon das Product 12 Cubicschue sind.

Endlich alle diese Producte zusammen addiren; der Körper LO würde alsdann 19 Cubicruthen 2 körperliche Schue über Quadratruthen, d. i. ein Drittheil einer Cubicruthe, und 4 körperliche Schue über die Ruthen, oder 24 Cubicschue, enthalten.

4	10	6	
3	2 .		
12	30	20	
	8	18 . . .	12
19	2	4 . . .	0
Cubicruthen	körperliche Schue über Quadratruthen.	körperliche Schue über R. fortl.	Cubicschue.

Wenn man nun auch das Parallelipipedum

AD (Fig. 26.) zu messen hätte; dessen Höhe AB eine Ruthe 2 Schue 3 Zoll, seine Länge BC 2 Ruthen 2 Schue 2 Zolle, seine Breite BE. 4 Schue 3 Zoll ist; so müste man die Ruthen in Schue verwandeln, und 8 Schue 3 Zoll für AB, 14 Schue 2 Zolle für BC zählen. Darnach

BC durch BE multipliciren. Die Oberfläche BCDE würde enthalten 56 Quadratschue, 50 Zolle über die Schue hinlaufend, und 6 Quadrat Zolle.

Man müste den Inhalt dieser Oberfläche durch die Höhe AB multipliciren; der Körper würde alsdann haben 496 Cubicschue, 8 körperliche Zolle über Quadratschue, 7 körperliche Zolle auf Schuen sich hinbewegend, und 6 Cubiczolle. Diese drey Arten von Zollen machen 1242 Cubiczolle.

56	50	6	
8 3			
448	168	150 . . .	18
	400	48	
48	16	1	
496	8	7	6

Wenn endlich diese Brüche einem zu schwer vorkommen sollten; so kan man auch die Schue in Zolle verwandeln, damit man einerley Theile habe; BC würde 170 Zolle haben, BE 51, und diese beyden Seiten durch sich selbst multiplicirt, würden 8670 Quadratzolle für die Oberfläche

BD

BD geben: und wenn man diese mit der Höhe AB von 99 Zollen multipliciret; so würde das Product seyn 858330 Cubiczolle; diese nun durch 1728 den Inhalt eines Cubicschues zertheilt, so würde der Quotient für den Inhalt des Parallelipipedi AD eben so viel geben, als vorhin war, nämlich 496 Schue, 1242 Cubiczolle.

Zweyte Aufgabe.

Ein dreyeckigtes Prisma BF zu messen. (Fig. 27.)

Der Winkel DEF soll ein rechter Winkel seyn, und die Seiten DE, und EF, jede von 4 Schuen. Multipliciret DE durch die Hälfte von EF, 4 durch 2; das Product 8 Quadratschue wird der Inhalt des Triangels DEF seyn.

Multipliciret diesen Triangel durch die Höhe DB, 8 durch 3; so wird das Product von 24 Cubicschuen der Inhalt des gegebenen Prisma seyn.

Die 6 ganzen Quadrate des Triangels DEF, und die vier halben, welche zwey ganze machen, haben jedes unter sich eine Säule von 3 Cubicschuen, und dreymal 8 macht 24.

Messet das Prisma VT auf gleiche Art, d. i. wenn ihr den Raum der Oberfläche ST durch die Höhe SV multipliciret.

Der Inhalt des Prismatis AE (Fig. 28.) wird sich geben, wenn man die Fläche A durch die Höhe AE multiplicirt, 4 durch 10.

Wenn man auch das Prisma CE (Fig. 29.) annimmt; so muß man es messen, indem man seine Grundfläche multipliciert, d. i. das Rectangulum ABCD durch die Hälfte der Höhe BE; oder die Hälfte des Rectanguli ABCD durch die Höhe BE; z. E. 60 durch 2, oder 30 durch 4. Das Product 120 wird das nämliche seyn, welches gekommen seyn würde, wenn man den Triangel ABE, durch die Länge AC, 12 durch 10 multipliciert hätte.

Dritte Aufgabe.

Eine Böschung eines Walls zu messen.

Die Böschung CE (Fig. 30.) wenn man sie von dem Walle absondert und allein betrachtet; und wie sie von zween Triangeln e d m, a b c, die unter sich parallel sind, eingeschlossen ist, ist eigentlich ein dreywinklichtes Prisma; man muß es also nach der vorhergehenden Aufgabe messen, wie folget:

Man nehme die Länge AE von 20 Schuen, der Länge CD gleich an. Setzet mitten auf dem Hange der Böschung das Bleygewicht FG auf, darnach messet AG, welches z. E. 4. Schue ist.

Multipliciret diese 4 Schue durch die 20 der Länge AE, das Product wird seyn 80.

Multipliciret diese 80 durch die 8 der Höhe AB, das Product 640 Cubicschue, wird der körperliche Inhalt der vorgegebenen Böschung seyn.

Man

Man nehme das Rectangulum abgh an; dieses ist dem Triangel abc gleich: denn da ac durch gh in zween gleiche Theile getheilet wird; so ist der Triangel agf gleich dem Triangel cfh: (59. S. 2. H.) woraus dann folget, daß das Parallelipipedum bi, und das geböschte Prisma der Böschung ad, weil sie von gleicher Länge ae sind, gleich sind. (vorherg. Aufg.) Wenn man also das eine mißt; so mißt man auch das andre.

Der Inhalt des Rectanguli aj ist gefunden worden, da man ae durch ag multiplicirt hat; wenn man nun dieses Rectangulum durch die Höhe ab multiplicirt; so haben wir den Inhalt des Parallelipipedi bj und folglich auch des Prismatis oder der gegebnen Böschung abcde gefunden.

Vierte Aufgabe.

Es wird auch das Prisma CH zum messen gegeben, dessen rechtwinklichte Flächen ABCD, GHIK unter sich parallel sind. (Fig. 31.)

Man nehme an, AB sey 4 Ruthen, AD 6, HI habe 8, BI aber 3; so wird das Rectangulum AC 24 Quadratruthen, das Rectangulum GHIK 48, und der Durchschnitt ABIH 18 haben. (4 Aufg. 7 Hauptst.)

Addiret die beyden Rectangula AC und GI; und nehmet von der Summe 72, die Hälfte 36, und multipliciret sie hernach durch die 3 Ruthen

der Höhe BI; das Product 108 Cubicruthen wird der Inhalt des gegebenen Körpers seyn. Daß diesem so sey, könnt ihr wissen (nach der zweyten Aufgabe) wenn man die 18 Ruthen und den Durchschnitt ABIH durch die 6 Ruthen der Länge AD multiplicirt, wo die nämlichen 108 Cubicruthen heraus kommen.

So werdet ihr auch den Inhalt des Prismatis oder des Walles AG finden, (Fig. 32.) wenn man die Hälfte der Summe der beyden Rectangulorum ABCD, EFGH durch die Höhe BI multipliciret.

Fünfte Aufgabe.

Einen Körper DF zu messen, der aus einem Parallelipipedo und 2 Prismatibus zusammen gesetzt ist. (Fig. 33.)

Messet diese drey Theile jeden besonders; nehmet AD von 15, AB von 3, EH von 20, IK von 5 Schuen an; so werdet ihr 540 Cubicschue für das Parallelipipedum CI; 451 für das Prisma AIL und 90 für das Prisma AIF bekommen.

Addiret diese drey Summen zusammen; so werdet ihr zum Inhalte des gegebenen Körpers 1080 Cubicschue bekommen.

Anderst:

Messet die drey Rectangula AC, EG, KH; das erste wird haben 45 Quadratschue, das andere

60,

60, das dritte 75, und diese drey zusammen, machen 180 Quadratschue aus.

Nehmet die Hälfte von dieser Summe 180, und multipliciret sie durch die Höhe AI, d. i. 90 durch 12; so wird das Product 1080 dem vorigen gleich seyn.

Wenn man einige Schwürigkeit findet, die beyden Rectangula EG, KH besonders zu messen; so kan man den Inhalt beyder zusammen, folgender maassen wissen:

Messet das ganze Rectangulum FGLN; dieses wird haben 160 Quadratschue.

Ziehet davon 25 Schue, die dem kleinen Rectangulo EK gehören, ab. Denn EI durch IK multiplicirt, 5 durch 5, gibt 25, und die übrigen Ruthen 135 sind der Inhalt der beyden Rectangulorum.

Sechste Aufgabe.

Eine Pyramide zu messen. (Fig. 34.)

Multipliciret die Grundfläche oder Fläche BCD durch ein Drittheil der Perpendicularen AE; so habt ihr, was ihr verlangtet.

Anderst:

Multipliciret die Höhe AE durch ein Drittheil von der Grundfläche, oder multipliciret die ganze Höhe durch die ganze Grundfläche; so ist das Drittheil des Productes der verlangte Inhalt.

Der körperliche Inhalt einer Pyramide ergiebt sich, wenn ein Drittheil der Höhe mit der ganzen Grundfläche multiplicirt wird; das beweise ich.

Gesetzt, die 6 Seiten eines Cubi HB (Fig. 35.) seyen eben soviel Grundflächen von Pyramiden, die ihre Spitzen gegen den Mittelpunct A gekehrt hätten.

Diese 6 Pyramiden, wovon der Cubus zusammen gesetzt ist, werden gleich seyn.

Gesetzt, die Seite BC habe 12 Zolle; so wird die ganze Grundfläche BCDE 144 Quadratzolle haben, (1. Aufg. 7. Hauptst.) und der ganze Cubus BH wird enthalten 1728 Cubiczolle, (1. Aufg.) von welchen der 6te Theil 288 der Inhalt einer jeden Pyramide ist.

Weil aber jeder Cubus 12 Zolle hoch ist; so wird die Höhe der Pyramide ABCDE 6 zur Höhe haben; das Drittheil nun von 6, multiplicirt durch die Grundfläche BCDE, d. i. 2 durch 144; wird die nämlichen 288 Cubiczolle geben, die wir als den Inhalt ieder Pyramide gefunden hatten. Daher findet man also den Inhalt einer Pyramide, indem man die ganze Grundfläche durch ein Drittheil der Höhe multiplicirt.

Siebende Aufgabe.

Den Rest einer Pyramide, davon die äussere Oberfläche mit der Grundfläche parallel ist, zu messen. (Fig. 36.)

Suchet die Spitze der Pyramide, darnach multipli-

tipliciret die Grundfläche CDEF durch ein Drittheil der Perpendiculare AB; so habt ihr den Inhalt der ganzen Pyramide BCDEF. (Vorherg. Aufg.)

Multipliciret auch die äussere Oberfläche HOI durch ein Drittheil der Höhe BO, um den Inhalt des verlohrnen Theils BHOI zu finden; wenn man nun jenen von dem Inhalte der ganzen Pyramide abzieht; so bleibt der Inhalt des gegebenen Theils CI übrig.

Achte Aufgabe.

Ein irreguläres Exaedrum AG zu messen, dessen einander entgegen gesetzten und gleichlaufenden Oberflächen ABCD, EFGH, zwey ungleiche und unähnliche Rectangula sind. (Fig. 37.)

AB soll 20 Schue haben, AC 8, EF 15, EH 3, und die Höhe IK 12.

Multipliciret EF durch EH, 15 durch 3, das Product 45 Quadratschue, wird der Inhalt des Rectanguli EFGH seyn.

Multiplicirt auch AB durch AC, 20 durch 8. Das Product 160 wird der Inhalt des Rectanguli ABCD seyn.

Bringet diese zwo Summen 45, 160 in eine, 205.

Neh-

Nehmet die Differenz der Seiten EH, AC, welche 5 ist, wie auch die Differenz der Seiten EF, AB, welche auch 5 beträgt.

Multipliciret diese Differenzen durch einander, 5 durch 5, und wenn man das Product, 25 Quadratschue von der vorigen Summe der 205 abziehet; so bleiben 180 Quadratschue.

Nehmet die Hälfte dieser 180 Quadratschue, die 90 ist, und multipliciret sie durch die Höhe IK, d. i. durch 12; so wird das Product 1080 Cubicschue seyn.

Multipliciret das Product der zwo Differenzen durch ein Drittheil von der Höhe IK, 25 durch 4; und das Product, 100 Cubicschue, zu der vorigen Summe 1080 genommen, wird den verlangten Inhalt 1180 Cubicschue machen.

Man nehme an, das Exaedrum habe 4 Theile, (Fig. 38.) d. i. ein Parallelipipedum FGHIDOKP, zwey Prismata IKNBFP, IKECHO, und eine Pyramide IANKE: man messe diese Theile, und nehme IF von 15, HI von 3, IK von 12, KN von 5, AN von 5 Schuen an; so wird das Parallelipipedum 540 Cubicschue, (1 Aufg.) das erste Prisma 450, das zweyte 90, (2. Aufg.) und die Pyramide 100 enthalten; (vorherg. Aufg.) und diese vier Summen zusammen genommen, machen die 1180 Cubicschue aus, wovon wir gesagt haben, daß es der Inhalt des Hexaedri sey.

Gesetzt aber, daß das Exaedrum (Fig. 39.) eben so gemessen wird, und neun Theile hat, nämlich ein Parallelipipedum, vier Prismata, vier Pyramiden; und man auch

auch diese nun besonders mißt; so werden die nämlichen 1180 Cubicschue heraus kommen.

Welche dieses Exaedrum messen wollen, dadurch, daß sie die Hälfte der Summe der zwey Rectangulorum FH, BC durch die Höhe IK messen wollen, können gleich sehen, daß sie sich beträchtlich betrügen. Denn, anstatt 1180 Cubicschue, welche der richtige Inhalt dieses Körpers sind; so bekommen sie 1230. Der Fehler aber kömmt daher, weil sie ihn nur als einen Körper messen, der aus Prismen und Parallelipipedis zusammen gesetzt ist; (4. Aufg.) und bedenken nicht, daß es auf die Pyramide ankömmt, und daß man die pyramidalischen Theile besonders nach dem übrigen messen muß; indem die Art sie zu messen, unterschieden ist; das aber haben wir gethan, da wir die 25 Schue des Rectanguli ANKE, besonders durch das Drittheil der Höhe IK multiplicirt haben, um den Inhalt des pyramidalischen Theiles ANKIE zu finden.

Neunte Aufgabe.

Einen Canal oder Graben AC zu messen, um die Menge der Erde zu wissen, die man heraus gegraben hat. (Fig. 40.)

Messet diesen Canal, als wenn er ein Prisma wäre, d. i. nehmet AB von 200 Ruthen, AD von 20, HF von 18, und FG von zwoen, an.

Messet den Einschnitt ADFH, (4 Aufg. 7. Hauptst.) und multipliciret ihn durch die Länge

ge AB, 38 durch 200; so wird das Product 7600 Cubicruthen (Toisen) seyn, was ihr verlangt habt.

Oder auch:

Multipliciret die Breite AD durch die Länge AB, 200 durch 20; so wird das Product 4000 Quadratruthen, nach französ. Ruthen gerechnet, für den obern Theil des Canals ABCD seyn.

Multipliciret diese 4000 Ruthen durch die Tiefe FG, welche 2 Ruthen ist; und ziehet von dem Producte, von 8000 französischen Cubicruthen den körperlichen Inhalt der zwo Böschungen AF, HD, jede von 200 Cubicruthen ab; (2. Aufg.) so bleiben 7600 Cubicruthen für das Verlangte übrig.

Anderst:

Nehmet die Hälfte der zwo Breiten AD, FH, d. i. 19, und multipliciret sie durch die 200 der Länge AB, darnach multipliciret das Product 3800 durch die Tiefe 2; so werden die nämlichen 7600 Cubictoisen heraus kommen.

Zehende Aufgabe.

Ein Mauerwerk zu messen, das um das Becken eines Springbrunnens geht.

(Fig. 41.)

Man soll den Rand eines sechseckigten Beckens AB, von sechs gleichen Prismatibus zusammen gesetzt, messen. Mes-

Messet davon ein Prisma, (2. Aufg.) z. E. A', indem ihr die Oberfläche durch die Höhe CD multipliciret; und gesetzt, daß sich 15 Cubicschue ergeben, so multipliciret sie durch die Anzahl der Prismatum, d. i. durch 6. Das Product 90 ist, was ihr verlangt habt.

Eilfte Aufgabe.

Den Rand eines runden Beckens zu messen. (Fig. 42.)

Messet den Raum des grossen Zirkels AB und des kleinern CD. (8. Aufg. 7. Hauptst.) Ziehet von dem Raume des grossen Zirkels den Raum des kleinen ab; der Raum welcher übrig bleibet, ist die Differenz der beyden Zirkel, welche die Oberfläche, oder der äussere Theil des Randes am Becken machet.

Multipliciret diese Differenz AEB durch die Höhe EF, und das Product ist der verlangte Inhalt.

Zwölfte Aufgabe.

Den körperlichen Inhalt einer Böschung AF zu messen, welche einen rechten Winkel BHL, dessen Spitze hineingekehrt ist, (angle rentrant) macht. (Fig. 43.)

Sehet diese Böschung als einen Körper an, der

der aus zweyen Prismen ABCDE, DFGLI, zusammen gesetzet ist.

Messet dieselbe (3. Aufg.) und nehmet an, das erste habe 300, das zweyte 400 Cubicschue: beyde zusammen machen 700.

Ziehet von dieser Summe den Inhalt der Pyramide DCHIK, welche den zweyen Prismen gemeinschäfftlich ist, was übrig bleibt, ist der Inhalt der Böschung.

Dreyzehende Aufgabe.

Die Böschung eines vorspringenden oder hinaus gekehrten Winkels (angle saillant ou sortant) zu messen. (Fig. 44.)

Machet DH gleich BC, FI gleich BG, darnach sehet die gegebene Böschung als eine körperliche Grösse an, aus dreyen Theilen zusammen gesetzt, nämlich zweyen Prismen CH, IG, und einer Pyramide ABHEI. Messet die Prismata, (3. Aufg.) und die Pyramide. (6. Aufg.)

Vierzehende Aufgabe.

Den körperlichen Inhalt in der Böschung ABE zu messen. (Fig. 45.)

Ich nehme an, AD, BC seyen parallel, der Winkel BAD sey ein rechter Winkel, wie es nach der geometrischen Figur a b c d e scheint, inglei-

chen

chen AB habe 9 Schue, BC 2, AF 4, und FE 8 Schue.

Machet FI gleich BC, nachgehends sehet diese körperliche Grösse, als einen aus zween Theilen zusammen gesetzten Körper an, aus einem Prisma ABCIF, und einer Pyramide CDEIH, wovon das Quadrat DEIH die Grundfläche und der Punct C die Spitze ist.

Messet das Prisma, (2. Aufg.) es wird 36 Schue haben.

Messet auch die Pyramide, (6 Aufg.) sie wird 48 haben; Die Summe dieser beyden Theile zusammen, das ist 84, ist der verlangte Inhalt.

Fünfzehende Aufgabe.

Die Böschung des hineingekehrten Winkels (angle rentrant) DLF, welcher stumpf ist, zu messen. (Fig. 46.)

Nehmet DC gleich BN, EF gleich BG, nehmet alsdann an, daß die Theile ABL, BLF jede aus einem Prisma und einer Pyramide zusammen gesetzt sind; so werdet ihr den körperlichen Inhalt der angegebenen Böschung durch die vorhergehende Aufgabe finden, d. i. indem ihr die zwey Prismen BD, GE und die zwo Pyramiden BLH, BLK messet.

Sechszehende Aufgabe.

Ein reguläres Dodecaedrum A zu messen. (Fig. 47.)

Die Oberflächen des Dodecaedri sind wie die Grundflächen von eben so viel gleichen Pyramiden, welche mit ihren Spitzen zum Mittelpunct dieses Körpers gekehrt sind. Also

Messet eine von diesen Pyramiden, (6 Aufg.) und nehmet an, sie habe 10 Cubicschue; multiplicirt sie durch die Anzahl der Pyramiden d. i. durch 12, so wird das Product 120 das Verlangte seyn.

Siebzehende Aufgabe.

Eine Kugel zu messen. (Fig. 48.)

Man muß den Durchmesser durch die Peripherie seines Zirkels multipliciren; das Product ist die Oberfläche der Kugel: (nach dem Archimedes) alsdann muß man auch das Drittheil dieser Oberfläche durch den Radius oder Halbmesser multipliciren, so habt ihr, was ihr verlangt.

Exempel:

Angenommen, der Durchmesser AB habe 14 Zolle, die Peripherie seines Zirkels aber 44. Multipliciret diese Summen durch einander, so wird das Product von 616 Quadratzollen der Inhalt der Kugelfläche seyn.

Neh-

Nehmet den dritten Theil dieser 616 Quadratzolle, d. i. 205 $\frac{1}{3}$, und multipliciret ihn durch 7, die Hälfte des Durchmessers, so wird das Product 1437 der verlangte Inhalt seyn.

Wenn man annimmt, daß die 616 Quadratzolle der Kugelfläche, die Grundflächen von eben so viel gleichen und mit den Spitzen zum Mittelpunkte gekehrten Pyramiden sind; so ist klar, daß, wenn ich den dritten Theil dieser Grundflächen, als wenn alle zusammen nur eine machten) durch die Höhe der Pyramiden, welche der Halbmesser der Kugel ist, multiplicire; man (nach der 6 Aufg.) den Inhalt der 616 Pyramiden, und mitthin auch der Kugel die daraus zusammen gesetzt ist, bekömmt und hat.

Achtzehende Aufgabe.

Den Inhalt eines Fasses auszumessen.

(Fig. 49.)

Messet den Raum eines seiner Boden AB, wie auch den Boden des grössern Zirkels CD, der innen angenommen ist; darnach multipliciret die Hälfte der Summe dieser zween Zirkel durch die Länge des Fasses EF. Es soll erklärt werden.

Wenn der Durchmesser AB 14 Zolle hat, der Durchmesser CD 16; so werden ihre Zirkel, der erste 154 Quadratzolle, der andere 201$\frac{1}{7}$ haben, (8 und 9 Aufg. 7 Hauptst.) und beyde zusammen werden machen 355$\frac{1}{7}$ Quadratzolle.

Nehmet von dieser Summe die Hälfte $177\frac{4}{7}$ und multipliciret sie durch die Länge EF von 24 Zollen; so wird das Product $4261\frac{5}{7}$ Cubiczolle, beynahe der verlangte Inhalt seyn.

Man muß sich nicht, wie einige, einbilden, daß das Faß durch diese Regel nur wie ein Gefäß gemessen wird, das aus den zween Kegeltheilen TC, VF besteht, denn das Product der Multiplication der Länge CF, durch die Hälfte der Summe der Zirkel der zween Durchmesser LN, TV, gibt mehr als den Inhalt eines Gefässes als TC, VF ist, dem zu folge, was in der achten Aufgabe gesagt worden, und das was es mehr beträgt, geht beynahe auf die Krümmung des Fasses.

Neunzehende Aufgabe.

Eine gewisse gegebne Quantität flüssiger Sachen zu messen. (Fig. 50.)

Man muß dazu einen Zuber wohl nach dem Winkelmaaße gemacht, haben, und den hineingegossenen flüssigen Körper, einem Parallelipipedo gleich messen.

Exempel.

Der Zuber inwendig sey 8 Zoll lang, 4 Zoll breit, und fein wagrecht gemacht, und der flüssige Körper soll 2 Zoll hoch stehen.

Multipliciret die Länge durch die Breite, 8 durch

durch 4, und das Product 32 durch die Höhe 2; so werdet ihr für das, was man verlangt hat, 64 Cubiczolle bekommen.

Anmerkungen.

1. Die Parallelipipeda und Prismata von einerley Höhe sind unter sich wie ihre Grundflächen. (Fig. 51.)

Man setze, das erste Parallelipipedum, das andere und das folgende Prisma hätten Grundflächen, davon immer eine doppelt grösser wäre, als die andere; ich will sagen, daß die erste Grundfläche doppelt grösser als die zweyte, und diese doppelt grösser wäre, als die dritte; wenn denn die erste 8 Quadratzolle hätte; so würde die zweyte 4 und die dritte 2 haben: und wenn die Höhe dieser Körper 10 Zolle wäre; so würde das erste Parallelipipedum 80 Cubiczolle, das zweyte 40, als die Hälfte von 80, das Prisma aber 20, als die Hälfte von 40 seyn. (1 und 2 Aufg.) Wenn aber die Grundfläche des Cylinders 6 Quadratzolle enthält; so wird der Cylinder 60 Cubiczolle haben; und wie sich die Grundfläche des Cylinders zu der Grundfläche des Prismatis verhält, 6 zu 2; so wird sich auch der Cylinder selbst zum Prisma, 60 zu 20, verhalten.

Hieraus folgt auch, daß

2. Die Pyramiden von gleicher Höhe wie ihre Grundflächen im Verhältnisse miteinander stehen. (Fig. 52.)

3. Ein Prisma und eine Pyramide von gleicher Höhe und gleichen Grundflächen im Verhältnisse, wie 3 zu 1 ist, d. i. daß ein Prisma dreymal so groß als eine Pyramide ist. (Fig. 53.)

Man nehme an, das Prisma A und die Pyramide B seyen 4 Schue hoch auf Grundflächen von 9 Quadratschuen; so wird das Prisma (1. Aufg.) 36 Cubicschue, und die Pyramide allein von 12 Cubicschuen seyn. (6. Aufg.)

Eben das gilt auch vom Cylinder C in Ansehung des Kegels D.

4. Ein Prisma und eine Pyramide von gleicher Höhe verhalten sich zu einander, wie sich verhält die Grundfläche des Prismatis zum dritten Theile der Grundfläche der Pyramide, oder wie sich die Grundfläche des Prismatis dreymal genommen zu der ganzen Grundfläche der Pyramide verhält. (Fig. 54.)

Exempel.

Das Prisma A und die Pyramide B seyen von gleicher Höhe; ingleichen theile man die Grundfläche der Pyramide in gleiche drey Theile CH, IK, LD; so wird das Prisma A zur Pyramide B seyn, wie seine Grundfläche EF ist zu CH dem dritten Theil der Grundfläche CD.

Oder so. Nehmet die Fläche EG dreymal so groß an, als die Grundfläche EF; das Prisma wird sich zur Pyramide verhalten, wie die Fläche EG zur Grundfläche CD: so, daß, wenn die Fläche EG

doppelt

doppelt oder dreyfach so groß, als die Grundfläche CD ist, das Prisma auch doppelt oder dreyfach grösser ist, als die Pyramide, welches aus der vorhergehenden Aufgabe klar ist.

5. Die ähnlichen Körper, z. E. A und B, sind in dreyfachem Verhältnisse ihrer Grundflächen; oder welches eben das ist, sie verhalten sich zu einander, wie die Cubi ihrer gleichnamigen Seiten.

CD, EF, GH, IK, (Fig. 55.) seyen beständig proportional: das Verhältnis von CD zu IK ist dreyfach gegen das Verhältnis von CD zu EF. (66. S. I. H.) Wie also die Seite CD, von einem Schue, zu IK von achten ist, oder wie sich verhält der Cubus CD, von einem Schue, zum Cubus EF, von achten; so verhält sich auch die Pyramide A, zur Pyramide B, wie eins zu achten.

Eben so verhält sich die Kugel L (Fig. 56.) zur Kugel M, wie der Cubus N zum Cubus O: oder, welches eben das ist, die Kugel L ist zur Kugel M, wie ihr Durchmesser PP zur vierten Proportionallinie TT.

Die Pyramide A (Fig. 57.) sey zur andern Pyramide B, wie 1 zu 8.

Beweis. Weil die Pyramiden A, B ähnlich sind, und CD von 1 Schue oder 12 Zollen, EF von 2 Schuen oder 24 Zollen, und die Höhe AV 21 Zolle ist; so wird die Höhe BX 42 seyn. Denn, wie EF doppelt so groß ist, als CD; so muß auch BX um die

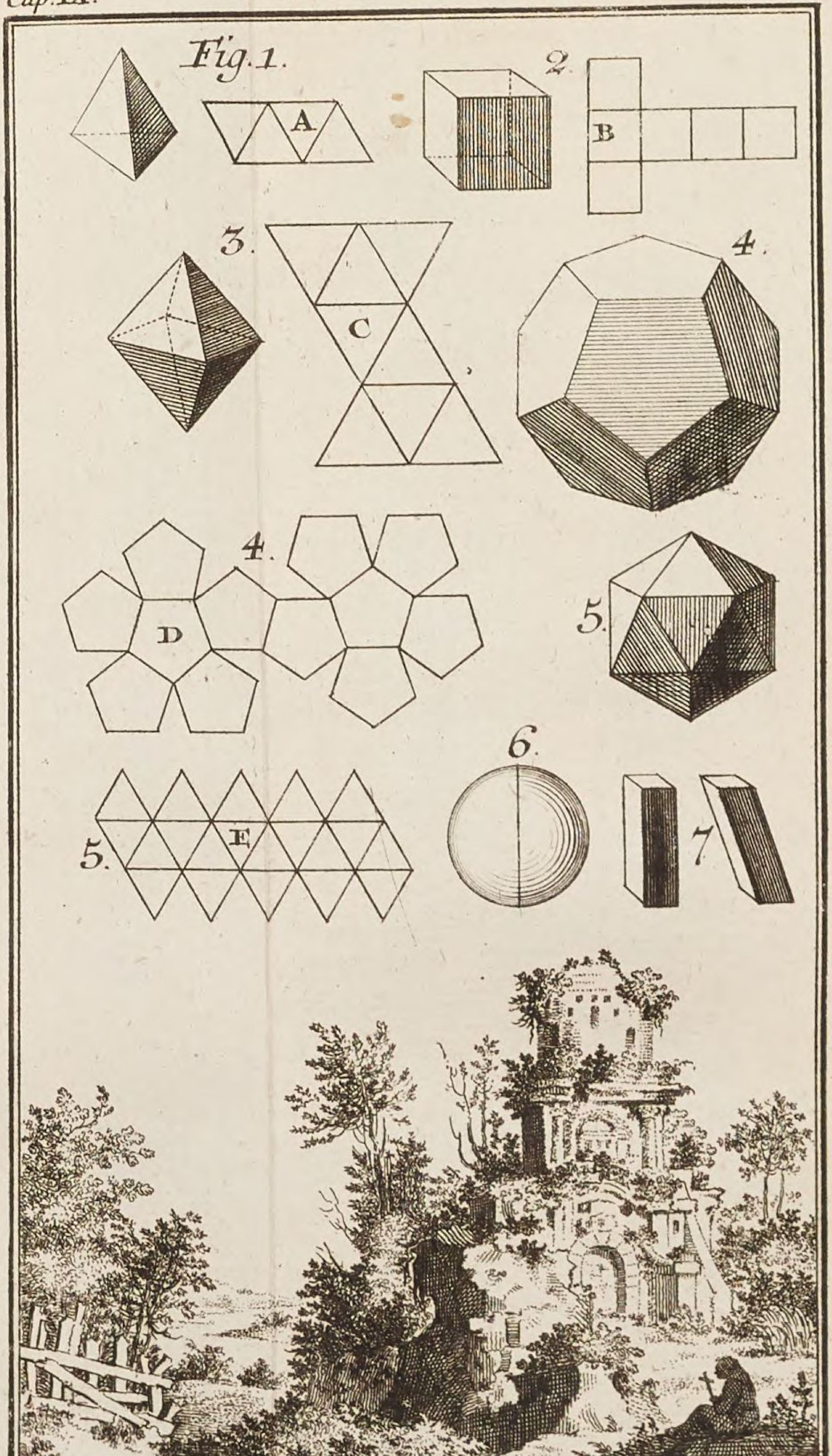
Hälfte mehr als AV seyn. Ferner: die Grundflächen CDGI, EFHK, sind vollkommne Quadrate; so wird also die erste 144, die andre 576 Quadratzolle haben. (1 Aufg. VII. Hauptst.) Dieses voran geschickt; wenn man die erste Grundfläche 144 durch 7, den dritten Theil der Höhe AV, multiplicirt; so wird das Product 1008, der Inhalt der Pyramide A seyn. Und wenn man die andre Grundfläche 576 durch 14, den dritten Theil der Höhe BX multiplicirt; so wird das Product 8064, in welchem das vorhergehende achtmal ist, der Inhalt der Pyramide B seyn. A verhält sich also zu B, wie 1 zu 8.

Eben dieser Beweis gilt auch in Ansehung der zwo Kugeln.

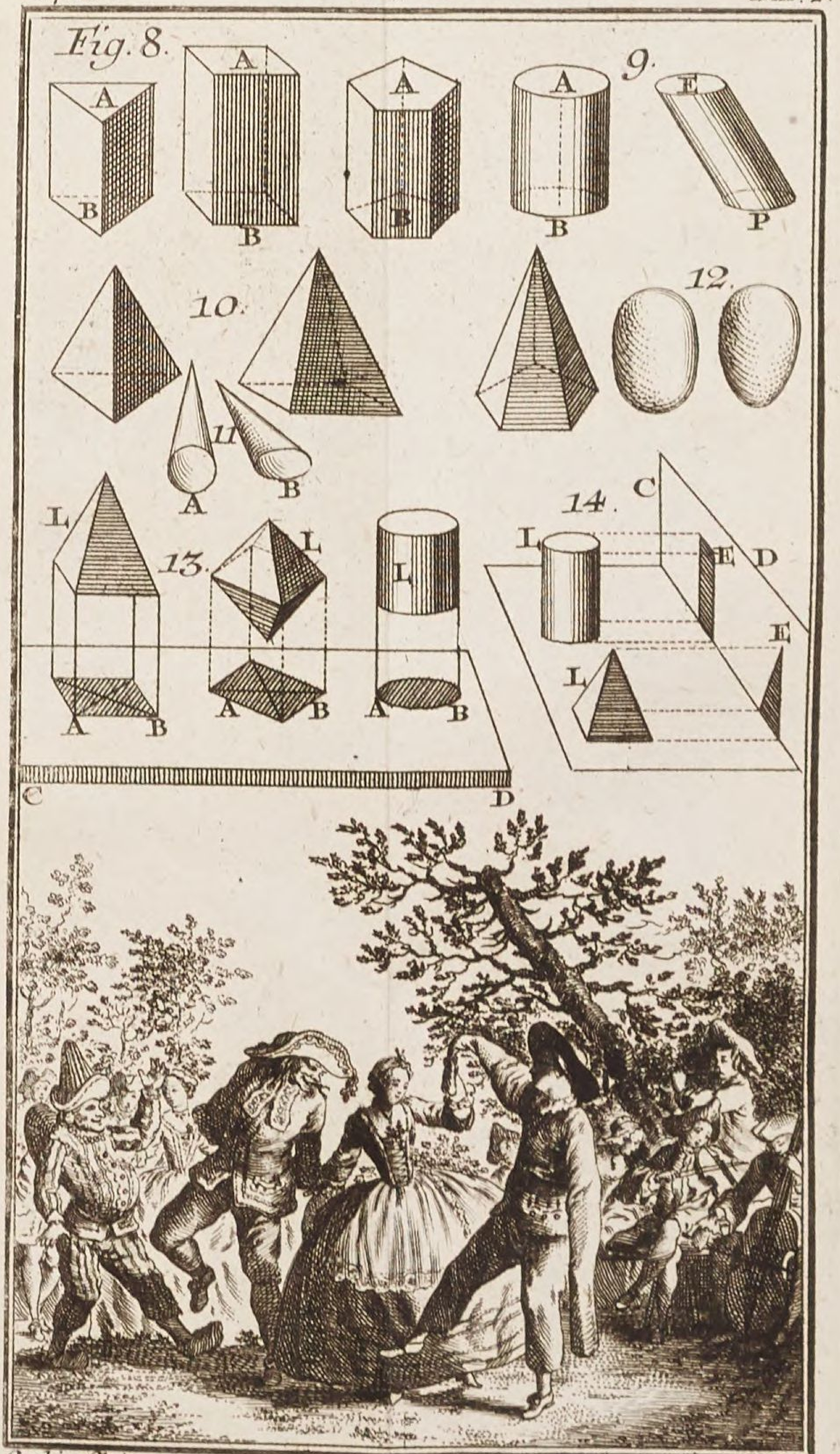
6. Es folgt hieraus, daß, wenn man einen Körper dem andern ähnlich, aber grösser oder kleiner machen will, z. E. einen Cubum, doppelt oder dreymal grösser als den gegebnen A, (Fig. 58.) man eine Linie IK nehmen müsse, doppelt oder dreymal so groß als die Seite CD: und hernach müste man zwischen den beyden Längen, CD, IK, zwo mittlere proportionale EF, GH, suchen, (54. Aufg. III. Hauptst.) und die andre EF würde alsdann die Seite eines Cubus seyn, der doppelt oder dreymal so groß als der gegebne A wäre.

Wenn man eine Reihe von ähnlichen Körpern z. E. Kugeln (Fig. 59.) machen wollte; welche z. E. in einer fortgesetzten Proportion eine viermal so groß wäre, als die andre; und die erste

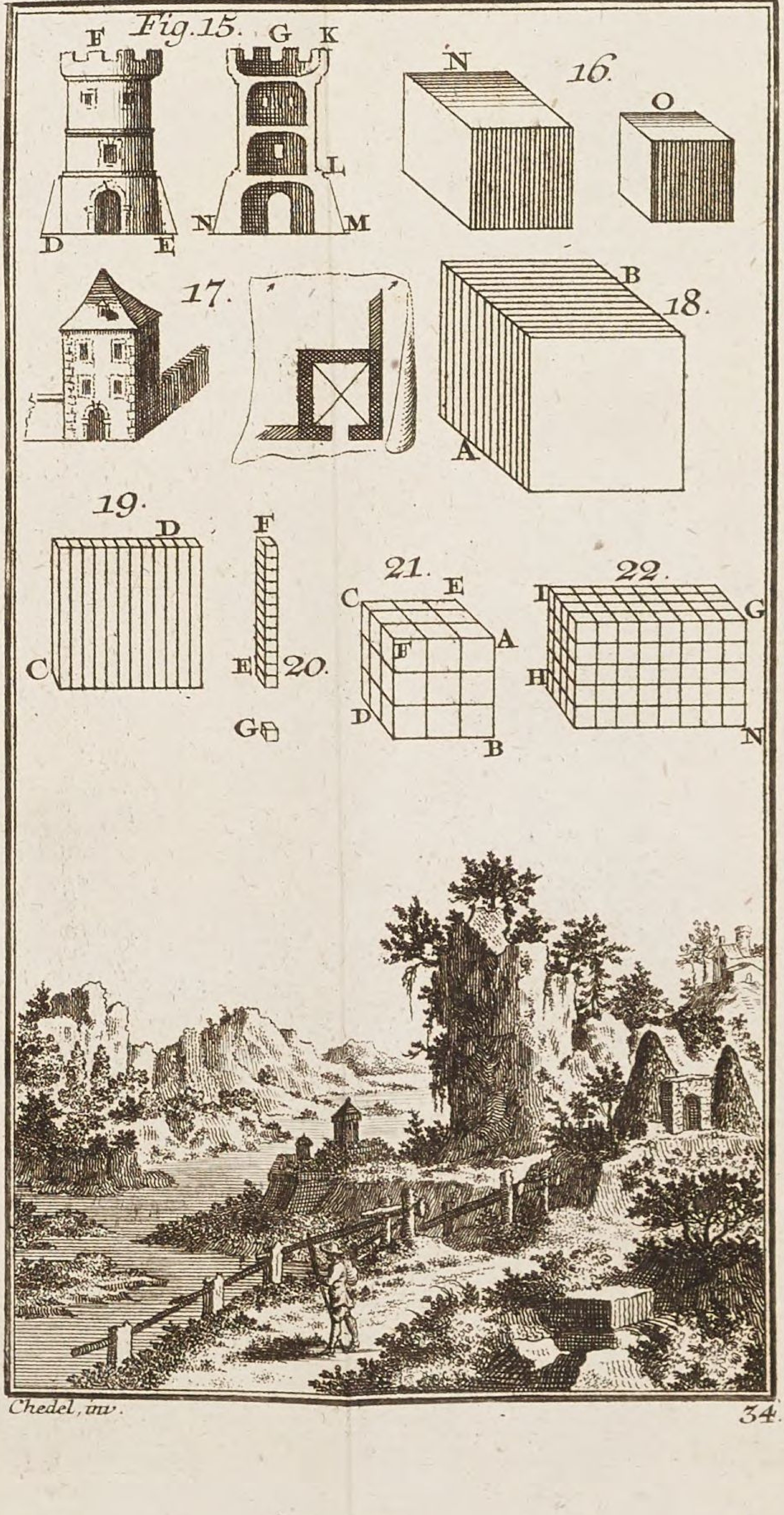
A, von



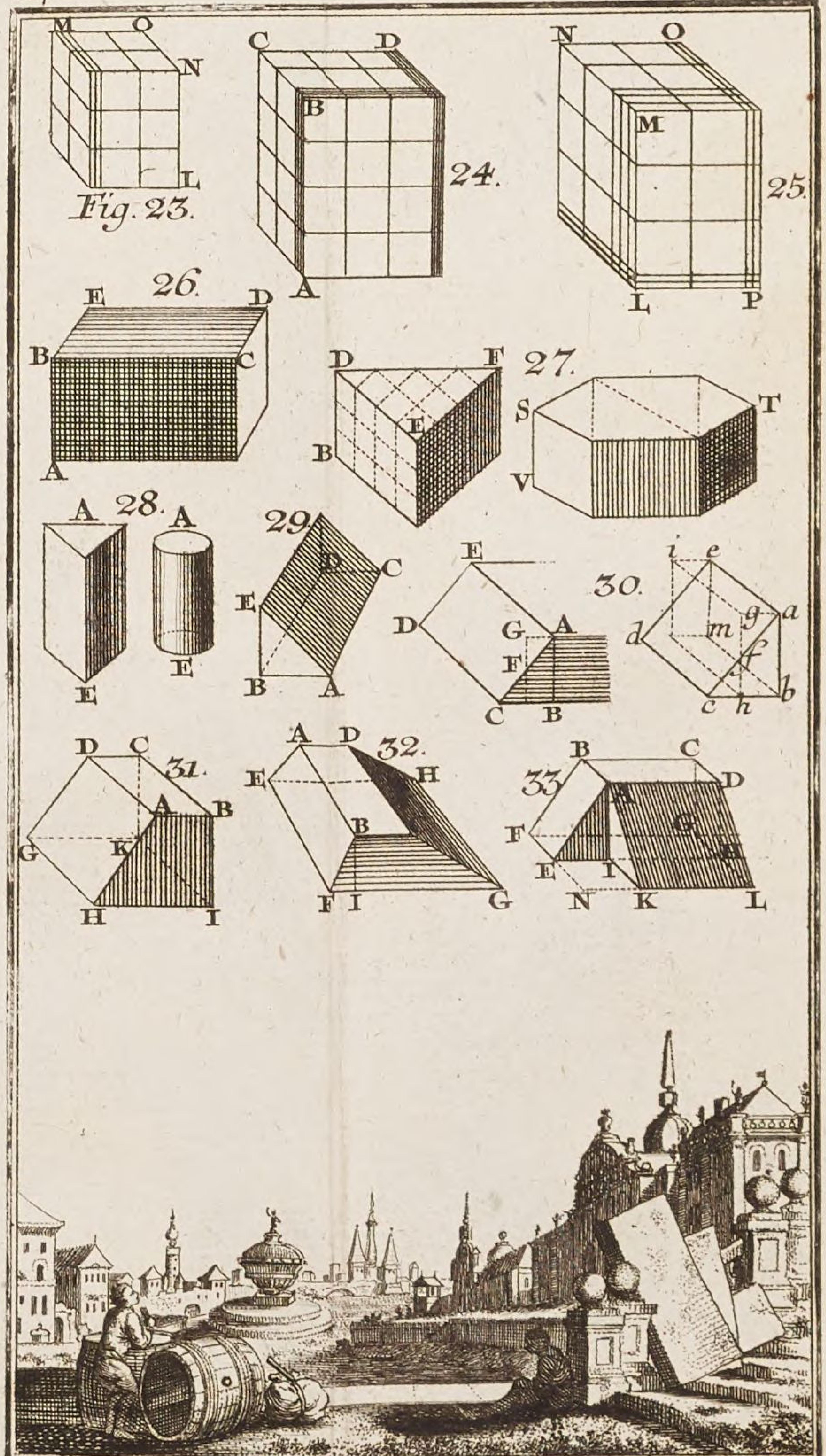
Chedel inv.



Cochin, fil. inv.



Chedel, inv.



Chedel, inv. 35.

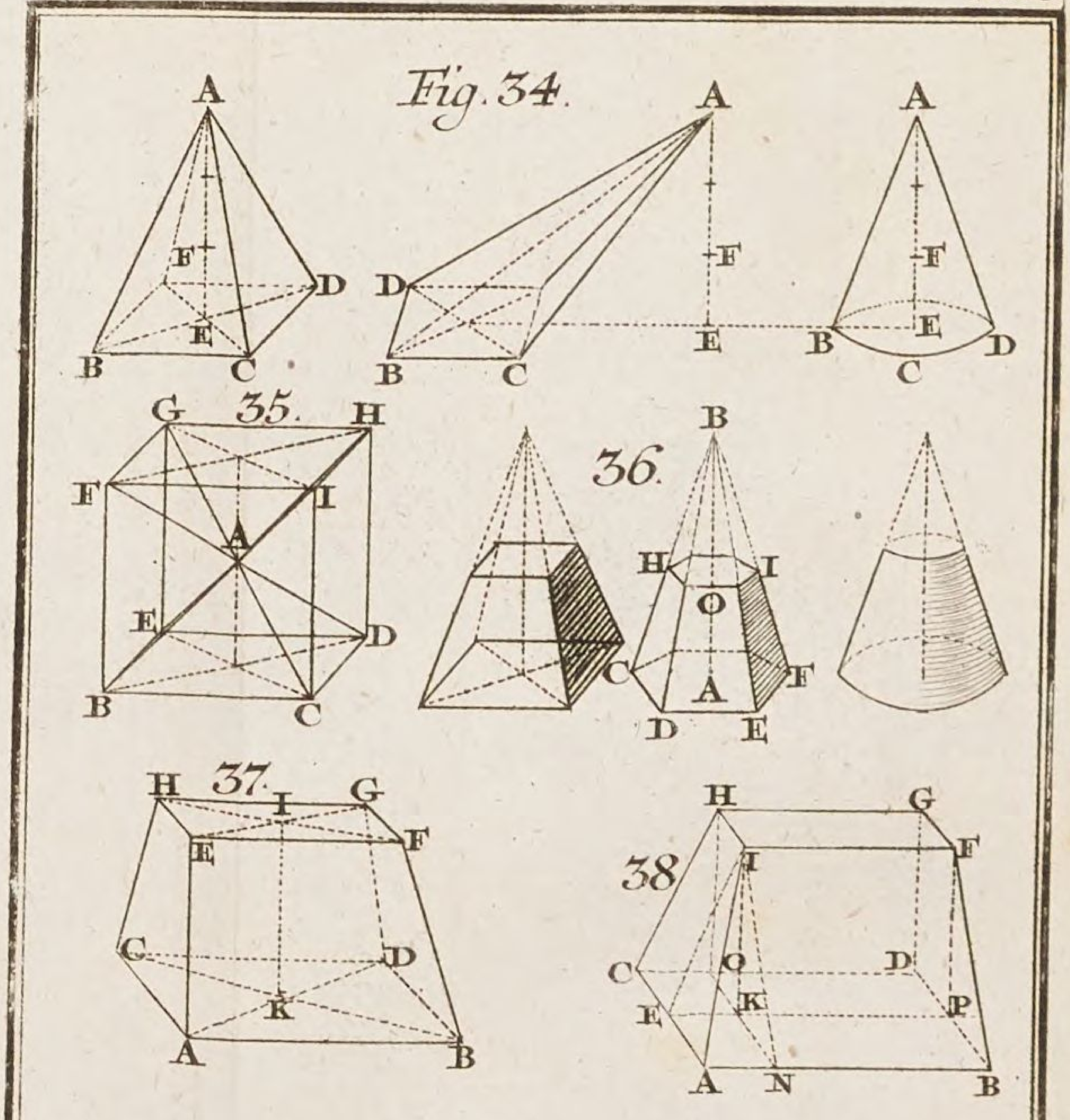


Fig. 34.
A
F
D
E
B
C
35.
G
H
F
I
A
E
D
B
C
36.
B
H
I
O
C
A
F
D
E
37.
H
I
G
E
F
C
D
K
A
B
38.
H
G
I
F
C
O
D
E
K
P
A
N
B

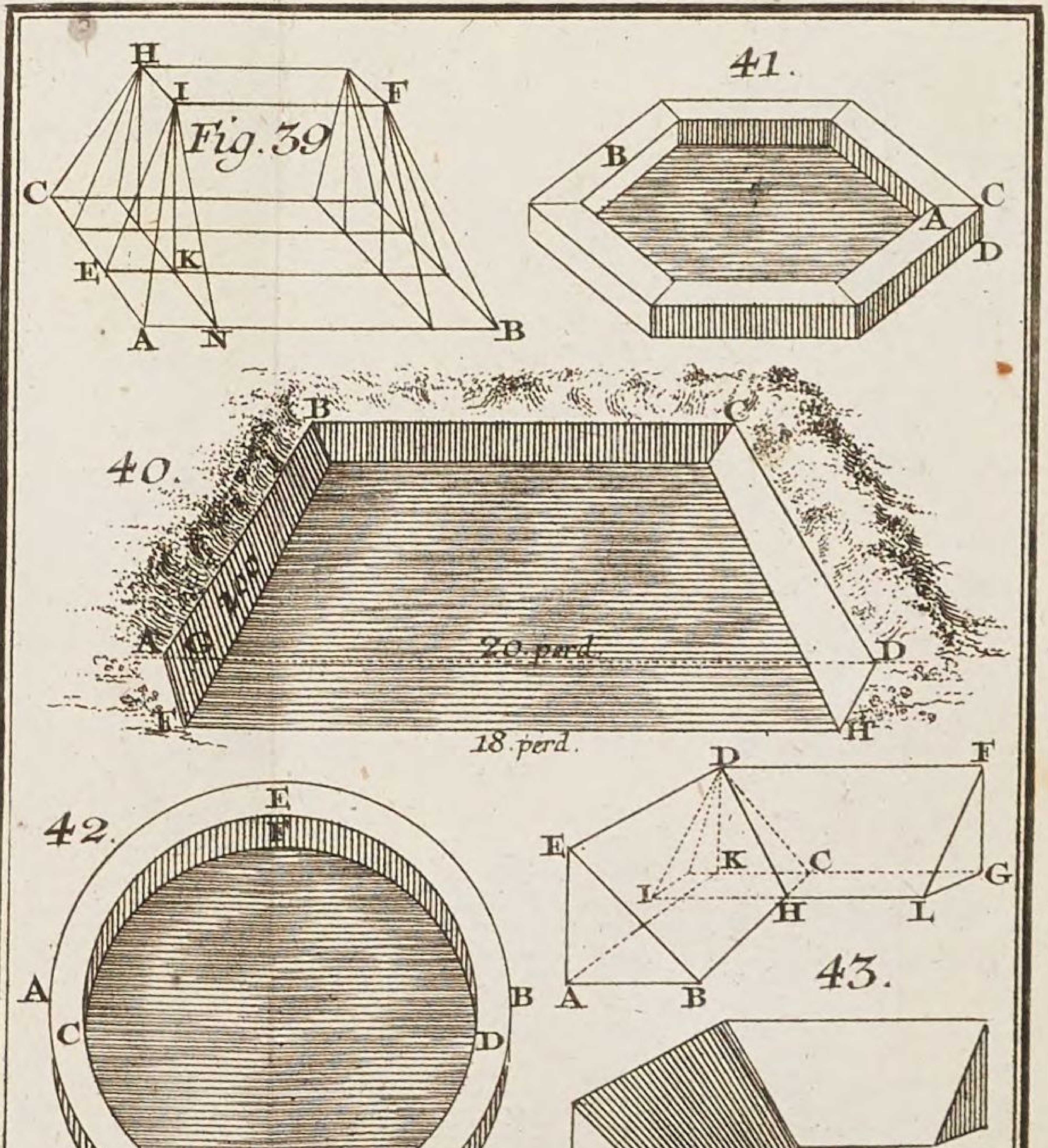


Fig. 39
H
I
F
C
E
K
A
N
B
41.
B
C
A
D
40.
B
C
A
20. perd.
D
H
18. perd.
42.
E
A
B
C
D
D
F
E
K
C
I
H
L
G
A
B
43.

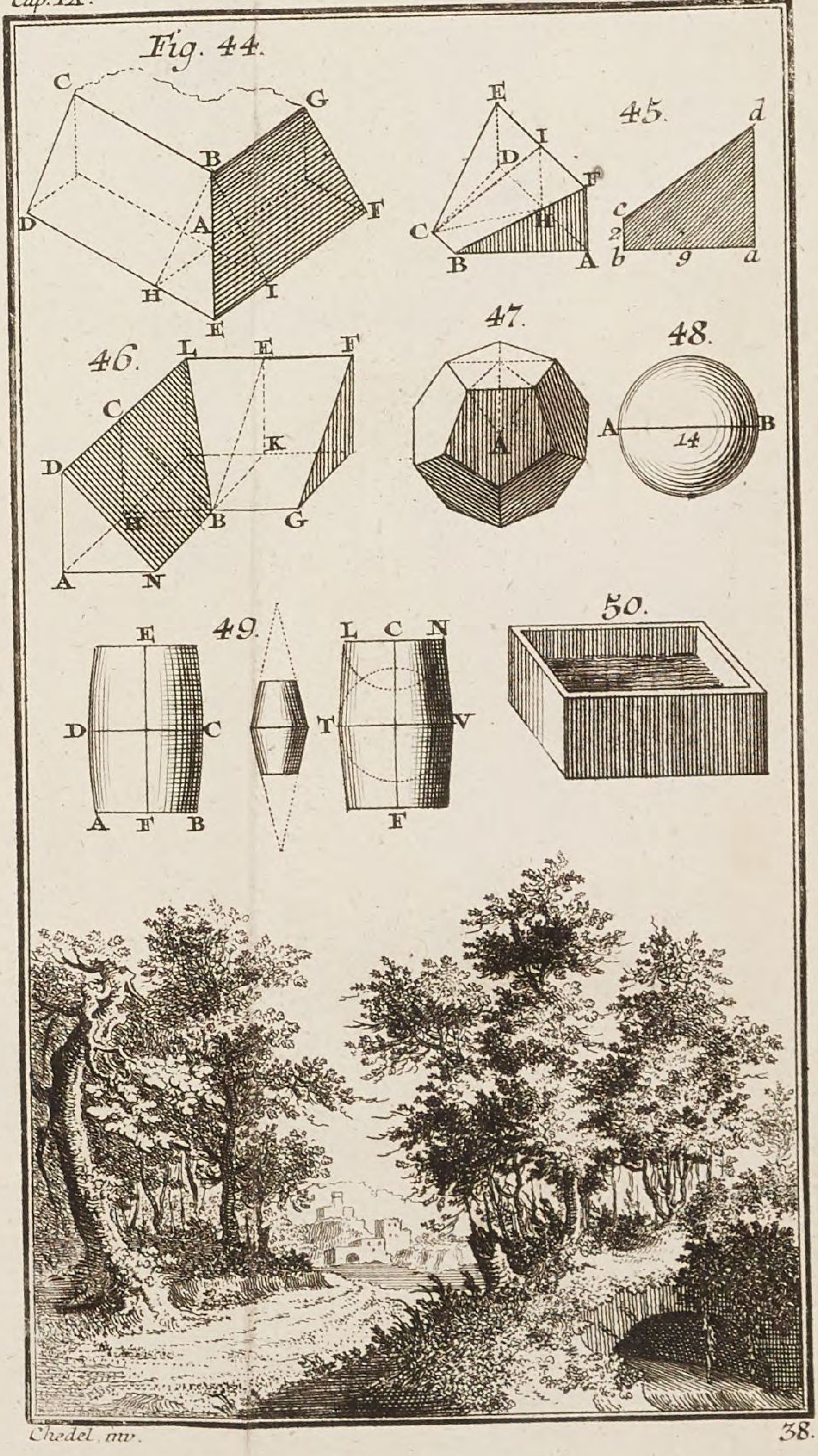
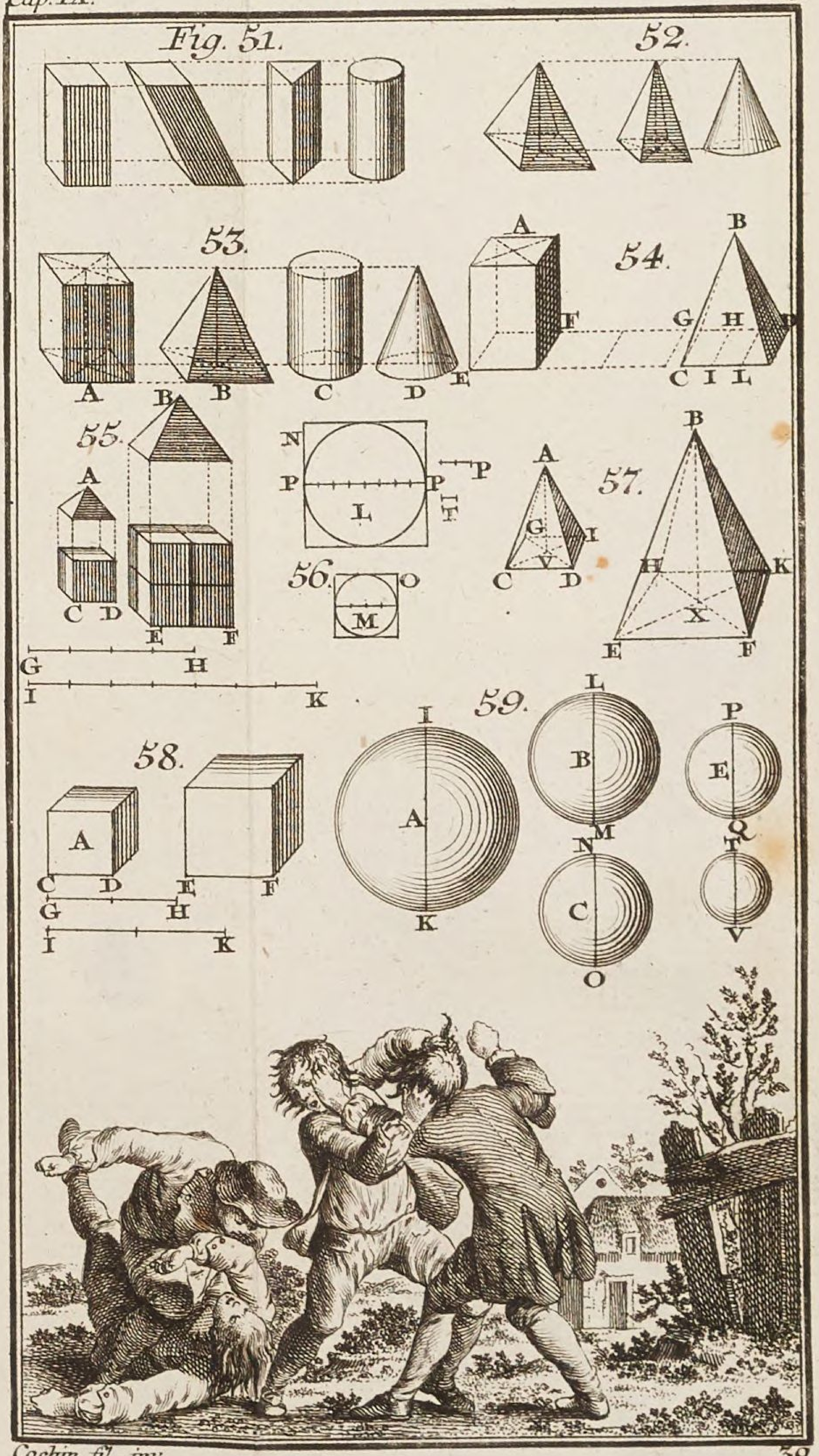


Fig. 44.
C
G
B
D
A
F
H
I
E
E
I
D
F
C
H
B
A
45.
d
c
2
b
9
a
46.
L
E
F
C
D
K
H
B
G
A
N
47.
A
48.
A
B
14
49.
E
D
C
A
F
B
L
C
N
T
V
F
50.

Chedel. inv.



Cochin fil. inv. 39.

A, von 16 Linien im Durchmesser, gegeben würde; so müste man den Durchmesser PQ von vieren nehmen, darnach die zween mittlern Durchmesser LM, NO suchen; (54. Aufg. III. Hauptst.) so würde von den Kugeln A, B, C, E eine viermal so groß als die andre seyn.

Wollte man auch die fünfte darzu thun; so dürfte man nur ihren Durchmesser TV, der den beyden Durchmessern PQ, NO proportional seyn muß, suchen: (49. Aufg. III. Hauptst.) und eben so kann man die sechste, siebende, u. s. f. auch machen.

Nach der vorhergehenden Aufgabe wäre die Kugel A viermal so groß als die Kugel B, wie es der Durchmesser IK in Ansehung des Durchmessers PQ seyn würde: und weil der Durchmesser LM zu TV ist wie IK zu PQ, wegen dem Gleichheitsverhältnisse; so wäre demnach die Kugel B viermal so groß als die Kugel C, wie auch der Durchmesser LM viermal so groß wäre, als der Durchmesser TV, und so auch mit den übrigen Kugeln.

Zehendes Hauptstück.

Practic auf dem Felde.

Wo gezeiget wird, den Grund aufzunehmen, denselben zu zeichnen und alle Arten von meßbaren Dingen, zu denen man nicht kommen kan, zu messen.

Man arbeitet auf dem Felde mit verschiedenen Instrumenten; diejenigen, die am häufigsten gebraucht werden, sind die Meßschnur, der Halbzirkel, der Proportionszirkel und das Meßtischlein.

Gebrauch der Meßschnur.

Die Meßschnur (Fig. 1.) kan einfach und von beliebiger Länge seyn; wenn sie aber abgetheilt ist; so ist sie ordentlich in Frankreich 10 Ruthen (Toisen) lang; und die Abtheilungen sind durch Knoten, die von 6 Schuen zu 6 Schuen, d.i. von Toisen zu Toisen gemacht sind, bemerkt.

Erste Aufgabe.

Von dem Stabe C, über eine Wiese eine Linie zu führen, die mit der Mauer AB gleiche Winkel mache. (Fig. 2.)

Stecket hart an der Mauer AB zween Stäbe, E, F ein, die gleichweit von dem Stabe C entfernet sind, ungefähr in der Weite von 2 oder 3 Toisen.

Nehmet die Meßschnur in ihrer Mitte D, und traget ihre beyden Ende, eines zum Stabe E, das andre zum Stab F. Ziehet von beyden Seiten gleich streng an, und stecket alsdann die Stange D fest ein, durch welche ihr alsdann die begehrte Linien ziehen könnet. (s. die 4 Aufg. des 3 Hauptst.)

Zweyte Aufgabe.

Auf einer Wiese oder einem Felde gegen die Stange B eine Linie zu ziehen, die mit der Mauer AB einen rechten Winkel macht. (Fig. 3.)

Leget die Meßschnur in zween Theile zusammen, und haltet sie in der Mitte mit einer Stange C. Lasset eines von ihren Enden zum Stabe B tragen, und das andre in eine gewisse Weite davon, z. E. zum Stabe D, den man nach Belieben gegen der Mauer einstecken kan.

Stecket die Stange C ein, indem ihr die Schnur

von beyden Seiten gleich anziehet, so daß sie einen gleichschenklichten Triangel BCD macht.

Nehmet das Ende der Schnur am Stabe B, und traget es in E, gebt aber Achtung, daß CE mit CD eine gerade Linie macht; darnach ziehet BE, diese wird mit AB einen rechten Winkel machen. (5 Aufg. 3 Hauptst.)

Dritte Aufgabe.

Den Winkel ABC in zween gleiche Theile zu theilen. (Fig. 4.)

Setzet zween Stäbe G, H in gleicher Weite von der Spitze des Winkels B.

Nehmet die Schnur in zwoen gleichen Hälften, HO, GO; und BO wird den Winkel in zween Theile theilen. (3 Aufg. 3 Hauptst.)

Vierte Aufgabe.

Von dem Stabe C eine Schnur zu ziehen, die mit der Mauer AB parallel ist. (Fig. 5.)

Machet mit der Schnur die Weite BD, gleich der Weite AC. (8 Aufg. 3 Hauptst.)

Fünfte Aufgabe.

Den Grund einer Mauer AC, welche auf den Abhang eines Berges gebaut ist, aufnehmen: oder vielmehr, diese Mauer zu messen, um einen Grundriß davon zu bekommen. (Fig. 6.)

Mes-

Messet ihre Länge durch die wagrechte Linie AB oder durch die drey AD, EF, GB, welche zusammen genommen der einzigen Linie AO gleich sind.

Es ist ein Unterschied zwischen dem Messen einer Mauer, dergleichen diese ist, nach dem Bau- und Mauermaaße und zwischen dem Messen, um den Grund aufzunehmen.

Im erstern Falle muß die Mauer nach ihrer ganzen Länge AC gemessen werden: in dem andern aber darf man sie nur nach der Länge messen, welche sie auf dem Grunde, ohne auf einem Abhange wie LM ist, haben würde.

Sechste Aufgabe.

Den Grund eines hineingekehrten Winkels B, aufzunehmen, d. i. einen Winkel auf dem Papier zu beschreiben, der dem Winkel der beyden Mauren ABC gleich ist. (Fig. 7.)

Setzet die Stangen D, E zu 4 oder 5 Ruthen weit von der Spitze des Winkels B.

Messet die Weite zwischen den Stäben D und E, darnach machet auf dem Papiere den Triangel b, ähnlich dem Triangel BDE; (30 Aufg. 3 Hauptst.) so habt ihr den Winkel b, der dem Winkel B gleich ist.

Sie-

Siebende Aufgabe.

Den Grund eines herausgekehrten Eckes und vorspringenden Winkels EFO aufzunehmen. (Fig. 8.)

Machet die Schnur an einem Ende an dem Ecke F fest, und spannet sie gegen H, nur mit EF eine gerade Linie zu machen.

Ziehet FH, und FI jede zu 5 oder sechs Ruthen.

Messet die Weite der beyden Stäbe H, I.

Machet einen Triangel f i h, dem Triangel FIH, ähnlich (30 Aufg. 3 Hauptst.) so wird der äussere Winkel o f i der verlangte seyn.

Achte Aufgabe.

Auf ein Feld einen Triangel zu legen, der einem gegebenen ABC ähnlich ist. (Fig. 9.)

Leget die Schnur in drey gleiche Theile D, E, F zusammen, jeden von so viel Ruthen, als auf die Seiten des Triangels ABC gerechnet sind.

Die Linien auf dem Felde machet man durch ein Grabscheid, oder ander Instrument, womit man die Erde durchschneiden kan.

Neunte Aufgabe.

Den Grund einer Mauer aufnehmen, die in lauter Winkeln und Ecken A, B, C, D zusammen gesetzt ist. (Fig. 10.)

Ziehet

Ziehet die Schnur AI an und stecket in ihrer Richtung die Stäbe G, H, L u. s. w. den Winkeln B, C, D u. s. f. gegen über.

Messet die Perpendicularlinien GB, HC, LD, und alle Theile der Schnur AI.

Ziehet auf Papier eine Linie a i, und theilet sie durch Hülfe eines kleinen Maaßstabes in g,h,l,m, n,p, wie die Schnur AI durch die Stäbe G,H,L, M, N ist getheilet worden.

Richtet aus diesen Punkten g, l, m, n, Perpendicularlinien auf gb, hc, u. s. f. und gebet ihnen das Maaß nach dem Maaße der Perpendicularen GB, HC u. s. f. beschreibet alsdann durch ihre Endspunkte den verlangten Grundriß a, b, c, d,i.

Das geschlängelte Laufen eines Flusses (Fig. 11.) kan eben so gezeichnet werden: den Lauf und Richtung des Flusses kan man durch einen Pfeil AB anzeigen,, weil die Spitze allezeit vorne ist.

Zehende Aufgabe.

Den Grund einer Wiese oder eines andern Stück Landes aufzunehmen. (Fig. 12.)

Ziehet eine Schnur überzwerch, z. E. von dem Winkel A zum Winkel B.

Von dieser Linie, welche man die Richtungslinie nennet, beobachtet die Lage aller Winkel der Wiese. (vorherg. Aufg.)

Die

Die Linien CE, DH u. s. f. können mit gleichen Winkeln auf AB geführt werden, vermittelst eines grossen Winkelmaaßes, wie die Figur hier zeiget.

Eilfte Aufgabe.

Ein Schloß von aussen in den Grund zu legen. (Fig. 13.)

Umziehet das Schloß mit grossen Hauptlinien DEFC, und messet genau ihre Länge und die Oeffnungen der Winkel, die sie unter sich machen.

Diese grosse Richtungen DEFC, macht man entweder mit Schnuren oder Augenlinien, und was die Winkel anbetrift; über das, daß man ihre Oeffnungen nach den vorhergehenden Arten nehmen kan; so kan man sie auch durch den Winkelmesser messen, welcher ein aus zweyen grossen Linealen von Holz bestehendes Instrument ist, welche sich wie ein Zirkel auf und zuschieben lassen.

Von diesen Linien merket den ganzen Umfang des Schlosses, (nach der vorherg. Aufg.) und schreibet den Inhalt aller Linien und Winkel, die ihr messet, genau auf.

Man fängt einen Grundriß auf dem Felde durch einen blossen Entwurf nach dem Gesichte an, d. i. ohne Lineal und Zirkel. Aber man setzt in Ziffern den wahren Inhalt der Linien und der Winkel, welche man auf dem Felde mißt, und nach diesem Entwurf arbeitet man seinen Grundriß aus, wenn man zu Hause ist.

Gebrauch des Halbzirkels.

Der Halbzirkel, (Fig. 14.) den man auf dem Felde gebraucht, hat ein bewegliches Lineal mit Absichten oder Visiren und einem Fuße, auf welchem er sich, wohin man ihn dreht, vermittelst eines Gelenkes bewegt.

Erste Aufgabe.

Die Breite eines Flusses zu messen, z. E. BC. (Fig. 15.)

Nehmet über dem Flusse eine Grundlinie von 10, 20 bis 30 Ruthen, oder auch mehr an, wenn der Fluß sehr breit ist.

Setzet den Halbzirkel in A, und messet den Winkel BAC, indem ihr die Lineale des Instrumentes eines gegen B, das andre gegen C richtet.

Auf gleiche Weise messet den Winkel ABC.

Ziehet auf euer Papier eine Grundlinie DE von eben so viel kleinen Theilen, als ihr der Grundlinie AB Ruthen gegeben habt; darnach machet die Winkel D, E, gleich den Winkeln A, B, (11. Aufg. III. Hauptst.) und die Linie EF wird eben so viel kleine Theile von dem Maaßstabe DE, als die Breite BC Ruthen hat, enthalten. (53. S. II. Hauptst.)

Zweyte Aufgabe.

Einen hineingekehrten Winkel ABC zu messen, zu dem man wegen eines Wassergrabens nicht kommen kan. (Fig. 16.)

Stellet euch an den Rand des Grabens an einen Ort, wie z. E. D ist, wo der Augstral an der Mauer AB hinstreicht, und stecket daselbst eine Stange ein.

Stecket auch eine Stange E in BCE ein, das eben so ist.

Messet mit dem Halbzirkel die Winkel D, E, welche z. E. einer 62 der andre 58 Grade hat.

Addiret diese zween Winkel: ziehet alsdann ihre Summe 120 von 180 ab, so bleiben 60 als der Inhalt des Winkels B. (1. Aufg. VIII. Hauptst.)

Dritte Aufgabe.

Den vorspringenden Winkel ABC, zu welchem man nicht kommen kan, zu messen. (Fig. 17.)

Setzet die Stangen D, E in einer geraden Linie mit den Gesichtslinien AB, BC.

Messet die Winkel D, E, und wenn man annimmt, der erste habe 40 Grade, der andre 50; so wird der dritte B von 90 Graden seyn. (1. Aufg. VIII. Hauptst.) und der Winkel ABC eben so viel. (19. S. II. H.) Vier-

Vierte Aufgabe.

Einen Zwischenwall, (courtine) AB, da ein Graben EF darzwischen ist, zu messen. (Fig. 18.)

Nehmet über dem Graben eine Grundlinie nach Belieben, z. E. CD von 30 französischen Ruthen, an.

Von den Enden derselben richtet vermittelst des Halbzirkels Radios gegen die Punkte A und B, und bemerket den Inhalt der Winkel ABD, BDC, wie auch den Inhalt der Winkel ACB, ACD.

Beschreibet die Figur e, f, g, h, der Figur ABCD ähnlich; (29. Aufg. III. Hauptst.) und da die Grundlinie ef in 30 kleine Theile nach der grossen CD, von so viel Ruthen eingetheilt ist; so wisset ihr die Länge der Courtine AB, an der Anzahl der kleinen Theile, welche in der Linie gh enthalten sind.

Gebrauch des Proportionalzirkels.

Der Proportionalzirkel (Fig. 19.) hat an statt der Füsse zwey küpferne Lineale, auf welche gemeiniglich 4 Paar Linien gestochen sind, davon eins, welches man die Sehnen nennt, und zur Messung der Winkel bestimmet ist, auf dem Felde gebraucht wird.

Die zwo Linien AB, AC, welche dieses Paar ausmachen, sind jedwede in 180 Thei-

le eingetheilt, welche in der Ordnung nach den 180 Graden ihrer Halbzirkel eingerichtet sind, wie in der Figur ABC zu sehen. An dem Ende dieser zwo Linien sind Diopten, dadurch man die Sehstralen richten kann.

Uebrigens ruht er auf einem Fusse, und ist wie der Halbzirkel mit einem Gelenke versehen.

Erste Aufgabe.

Einen Winkel von beliebiger Oeffnung zu machen, z. E. man soll einen Winkel von 40 Graden an den Punkt L machen. (Fig. 19.)

Nehmet mit einem gemeinen Zirkel die Sehne AD von 40 Graden. Oeffnet den Proportionalzirkel so, daß die Sehnen von 60 Graden, AE, AF, so weit als die Oeffnung des gemeinen Zirkels ist, von ihren äussersten Punkten E, F an, gerechnet, voneinander zu stehen kommen, d. i. öffnet den Proportionalzirkel, bis die Sehne des Bogens EF gleich wird der Sehne AD, so wird der Winkel EAF 40 Grad haben.

Will man einen Winkel von 50 oder 60 Graden haben; so muß man den Proportionalzirkel so weit aufthun, bis EF gleich wird der Sehne AO von 50 Graden, oder gleich AE von 60: und so kan man auch die andern Winkel machen.

Zweyte Aufgabe.

Den Winkel IGH zu messen. (Fig. 20.)

Setzet

Setzet den Proportionalzirkel 3 oder 4 Fuß weit von dem Winkel G, z. E. in L, darnach ziehet Schnuren LM, LN parallel den zwoen Mauern GH, GI, damit ihr den Winkel MLN, bekommt, der dem Winkel HGI gleich ist.

Richtet die Füsse des Proportionalzirkels, oder besser, richtet die Sehnenlinien derselben auf die Schnuren LM, LN, und wenn ihr den Zirkel nunmehr so öffnet nach dem Winkel, der dem gegebnen gleich ist; so werdet ihr die Anzahl der Grade seiner Oeffnung, wie folget, finden.

Nehmet mit einem gemeinen Zirkel die Weite EF, welche zwischen den Punkten von 60 Graden ist.

Traget diese Oeffnung des Zirkels auf eine von den Sehnenlinien, und da ihr sehet, daß sie auf die Sehne AD von 140 Graden getragen werden kann, so schliesset daraus, der Winkel sey 140 Grad weit offen.

Gebrauch des Meßtischleins.

Das Meßtischlein (Fig. 21.) ist ein Brettchen von ungefähr 12 oder 15 Zollen im Quadrate, und ruhet auf einem Fuße mit 3 Stützen.

Man arbeitet auf dieses Tischlein, wie auf eine kleine Tafel. Das Papier, so man darauf legt, wird mit einem Rahmen eingeschlossen, und am Rande eingezapft. Und die Linien, welche man darauf ziehet, wer-

den nach Nadeln, welcher man sich statt der Visire und kleiner Stäbe gebraucht, gezogen.

Erste Aufgabe.

Eine Linie auf dem Felde zu ziehen, welche der auf dem Meßtischlein gegebnen Linie AB gleich ist. (Fig. 22.)

Stecket auf der gegebnen Linie AB zwo Nadeln ein, eine an dem äussersten Theile der Linie A, die andere auch zu äusserst in B.

Setzet auf dem Felde eine Stange P, gerade unter der Nadel A.

Machet die Meßschnur an dem einen Ende an dem Stabe P fest, und lasset einen andern das andere Ende der Schnur mit einer Stange C forttragen, und lasset ihn die Schnur PS unter die Linie AB richten; kurz, lasset den Stab C in die Sehlinie ABC stellen, so wird man mit der Schnur, so sie wohl angezogen wird, die verlangte Linie gemacht haben.

Zweyte Aufgabe.

Es wird ein Winkel ABC auf dem Meßtischlein gegeben, man soll einen ähnlichen auf dem Felde in Linien ziehen. (Fig. 23.)

Ziehet auf dem Felde die Schnuren BD, BE gerade unter die Linien BA, BC.

Drit-

Dritte Aufgabe.

Aus dem Punkte O, der auf dem Meßtischlein gegeben ist, eine Linie gegen einen gegebnen Ort zu ziehen, z. E. gegen den Glockenthurm F. (Fig. 24.)

Stecket in O eine Nadel wohl senkrecht ein, und sehet an den Thurm F durch das Nadelöhr: stecket in dem Sehestral OF, und gegen den Rand des Meßtischleins eine andre Nadel H, darnach ziehet die verlangte Linie OH.

Vierte Aufgabe.

Eine Breite zu messen, zu der man nicht kommen kann, z. E. eines Morastes AB. (Fig. 25.)

Stellet das Meßtischlein an einen Ort wie C ist, woraus ihr in geraden Linien zu den beyden Ständen A und B gehen könnet. Visiret und richtet aus einem Punkte C, den ihr in dem Meßtischlein angenommen, die Linie CD gegen A, CE gegen B.

Messet die Längen CA, CB, und machet sie kürzer nach Proportion vermittelst eines kleinen Maaßstabes, z. E. wenn CA 36, CB 30 Ruthen hat; so nehmet auf dem Maaßstabe GH 36 kleine Theile für CD, und 30 für CE; aus der Anzahl der kleinen Theile der Linie DE werdet ihr erkennen, wie viel Ruthen aus A in B es sind. (58. S. II. Hauptst.)

Fünfte Aufgabe.

Es wird ein Riß auf dem Meßtischlein gegeben, man soll auf dem Felde einen ähnlichen machen. (Fig. 26.)

Setzet das Meßtischlein mitten auf den Platz, auf welchen ihr den gegebnen Riß bringen sollet, welcher z. E. eine kleine Schanze ist, von deren Radiis die Länge durch die darzu geschriebnen Ziffern bekannt ist.

Machet durch Meßschnuren Linien auf dem Felde, die denen in dem Risse auf dem Meßtischlein ähnlich sind, (1. Aufg.) z. E. der Radius DA soll 124 Ruthen haben, so machet mit der Schnur die Linie DE von 124 Ruthen u. s. w. (6. Aufg. VI. Hauptst.)

Sechste Aufgabe.

Einen Ort, und zwar erstlich die Bastey DED in Grund zu legen. (Fig. 27.)

Setzet das Meßtischlein in die Kehle des Bollwerkes in A, wo der Sehestral gerade an den beyden Courtinen BC, BC vorbey streicht.

Aus dem Punkt A, der auf dem Meßtischlein angenommen ist, visiret gegen alle Winkel der Bastey.

Messet die Radios AB, AD, AE, u. s. f.

Machet dieselben nach Proportion nach dem Maaßstabe IL auf dem Meßtischlein kürzer.

Ziehet

Ziehet FG, GH, HG, u. s. f. so habt ihr den Riß der gegebnen Bastey.

Leget ein ander Blatt Papier auf das Meßtischlein, darnach machet den folgenden Riß, und gehet so von einer Bastey zur andern bis auf die letzte, und bemerket die Länge der Courtinen wohl.

Wenn alle Basteyen mit ihren Courtinen aufgenommen sind, auf eben so viel Stücke Papier, als ihre Anzahl ist; so leget sie zusammen auf eine Tafel, (Fig. 28.) und wenn der Riß nicht recht zusammen schlüßt, ich will sagen, wenn man diese Theile an einander legt, und nicht jedwedes Stück zu dem andern paßt, und mit dem letzten übereinkömmt; so muß man jeden Winkel der Figur in etwas kleiner oder grösser machen, und also dem Fehler abhelfen.

Siebende Aufgabe.

Die Lage verschiedner Dörfer, z. E. dreyer, A, B, C zu einer Zeit in Grund zu legen. (Fig. 29.)

Erwählet ein Feld, wo ihr eine Grundlinie von fünf, sechs oder mehr hundert Ruthen, so es seyn kann, haben könnet, so daß man von den beyden Enden derselben E, G, die vorgegebnen Dörfer sehen kan.

Visiret aus einem Ende z. E. E, aus dem Punkt E, der auf dem Meßtischlein angenommen worden ist, gegen die Glockenthürme oder sichtbare

Oerter der Dörfer, ingleichen visiret gegen die Stange G. (3. Aufg.)

Von dieser visirten Linie machet eine Grundlinie auf das Meßtischlein, die der auf dem Felde abgesteckten ähnlich ist, und schreibet auf jede Linie den Namen des Dorfes, auf welches zu man nach dieser Linie visiret hat.

Traget das Meßtischlein in G, und drehet das Tischlein dergestallt, daß die Grundlinie e d, welche man darauf gezogen, auf die Grundlinie EG auf dem Felde gerade zu liegen komme.

Visiret auch aus G, den ihr auf dem Meßtischlein angenommen habt, gegen die Dörfer A, B, C, und die drey Punkte a, b, c, wo die Visirlinien des ersten Standes einschneiden, werden mit ihren Grundlinien in der Weite seyn, als die drey Dörfer A, B, C, von ihrer Grundlinie EG entfernet sind.

Wenn man die Sehstralen irgend wohin richtet; so muß man acht haben, daß das Tischlein durch Hülfe der Setzwage horizontal liege, diese Vorsicht ist sehr nöthig, wenn es gerathen soll.

Achte Aufgabe.

Aus dem Punkt A eine Linie parallel mit der Mauer CD zu ziehen, zu welcher man nicht kommen kann. (Fig. 30.)

Stellet das Meßtischlein B in einen Ort, der von dem Punkt A weit genug entfernet ist.

Visiret aus B auf dem Tischlein gegen A, C, D.

Traget

Traget es in A, und setzet es so, daß AI einen Theil der Linie AB ausmache.

Aus A visiret die Linien AC, AD, und durch die Punkte, wo die Linien des ersten Standes einschneiden, ziehet FH, diese wird mit CD parallel seyn.

Ziehet auf dem Meßtischlein AO parallel mit FH, und unter dieser Linie ziehet die verlangte Linie AL auf dem Felde. (1. Aufg.)

Neunte Aufgabe.

Eine Linie gegen einen Ort zu ziehen, den man nicht sieht. (Fig. 31.)

Es wird gesetzt, man könne wegen des Berges M, aus dem Stand B, den Ort A, zu welchem man eine Linie ziehen soll, nicht sehen.

Rücket in einen Ort C, aus welchem ihr die beyden Punkte A und B sehen könnet.

An diesem Orte visiret aus C, den ihr auf dem Tischlein angenommen habt, gegen A und B; ingleichen visieret auch gegen einen Ort, wie z. E. D, aus welchem man ebenfalls A und B sehen kann.

Traget das Tischlein in D, und stellet es so, daß die Linie DG auf dem Tischlein auf die Linie DC paßt.

Visiret alsdann aus dem Punkte D, und machet die Linien DA, DB.

Ziehet

Ziehet aus E, F, wo diese Linien die andern und erstern Standlinien durchschneiden, die Linie EF, und endlich machet (2. Aufg.) den Winkel HBI gleich dem Winkel DEF; so wird BI gegen den gegebnen Ort A gezogen seyn.

Zehende Aufgabe.

Eine Wiese BF in zween gleiche Theile durch eine aus dem Punkte G gezogne gerade Linie zu theilen. (Fig. 32.)

Leget die fürgegebne Wiese in Grund.

Theilet diesen Riß HI durch die Linie LM in zween gleiche Theile. (12. Aufg. V. Hauptst.)

Messet OM, MI genau; darnach theilet RF in S, wie O getheilet wurde in M; so wird die Linie GS die verlangte Theilung bewerkstelligen.

Eilfte Aufgabe.

Die Höhe eines Gebäudes AB zu messen, welches senkrecht auf einem horizontalen Estrich steht. (Fig. 33.)

Stellet das Tischlein senkrecht in einen bequemen Ort, z. E. in C.

Ziehet darauf die Parallele DH.

Ziehet aus dem Punkte D die Linie DE gegen das Aeußerste des Gebäudes B, d. i. sehet durch die Regel, daß der Radius des Auges bis an die äusserste Spitze des Gebäudes reiche.

Ver-

Verlängert diesen Radius auf das Pflaster bis in G.

Bemerket die Anzahl der Schue zwischen A und G, und theilet DH in eben so viel kleine Theile ein.

Richtet die Perpendicularlinie HE auf; sie wird eben so viel kleine Theile von der Linie DH, haben, als die Höhe AB Schue hat. (53. S. II. Hauptst.)

Zwölfte Aufgabe.

Die Höhe AB zu messen, zu der man nicht kommen kann. (Fig. 34.)

Ziehet auf dem Tischlein eine Grundlinie cd.

Ziehet gleich der Höhe dieser Grundlinie einen Faden NM, vermittelst zweener Stäbe, wie in der Figur zu sehen ist.

Auf diesem Faden bemerket eine Länge CD von 7 oder 8 Schuen, oder auch mehr, zur Grundlinie auf dem Felde.

Aus dem Punkte d visiret gegen A und gegen B.

Traget das Tischlein in E, und stellet es so, daß der Punkt c auf C passe, so wie die Grundlinie cd auf CD.

Visiret aus dem Punkte c noch zweymal gegen A und B, und die Punkte, wo sie in die ersten Radios oder Standlinien einschneiden, werden

die

die Höhe o s geben, welche sich zur kleinen Grundlinie cd verhalten wird, wie AB sich zur grossen Grundlinie CD verhalten wird.

Dreyzehende Aufgabe.

Eine Höhe AB, zu welcher man nicht kommen kann, auf einem ungleichen und abhängigen Erdreich FH, zu messen. (Fig. 35.)

Man verfährt hier, wie in der vorhergehenden Aufgabe, weil die Ungleichheit des Bodens nichts macht.

Vierzehende Aufgabe.

Die Höhe des Berges AB zu messen. (Fig. 36.)

Stellet das Tischlein perpendicular an den Fuß des Berges.

Lasset einen Radius GD von der obern Fläche des Tischleins an den Berg hinreichen.

Traget das Tischlein in D, und lasset einen andern Radius GE horizontal an den Berg hinreichen.

Fahret so fort bis an den Gipfel A, und die Anzahl der Stände wird die Höhe AB geben; denn gesetzt, es seyen zehn Stände, und das Tischlein sey 4 Fuß hoch; so werden 40 Schue für die Höhe des Berges seyn.

So kann man auch den Abhang AC und die Weite BC erfahren, wenn man die Radios GD, GE, GF u. s. f. mißt.

Fünfzehende Aufgabe.

Die Böschung eines Walles zu messen. (Fig. 37.)

Nehmet eine Stange, und bindet an das Ende Bley, das in den Graben hinunter gelassen werden kann. Leget diese Stange oben auf den Wall, und rücket sie so weit heraus, bis das Bley dahin fällt, wo die Böschung B aufhört. Das Herausrücken der Stange AD in den Graben wird dem verlangten Maaße CB gleich seyn. (38. S. II. H.)

Sechszehende Aufgabe.

Die Höhe der Stockwerker, Fenster, Thüren und anderer Theile der Vörderseite eines Hauses zu messen. (Fig. 38.)

Stellet euch in einer gewissen Entfernung von dem Hause z. E. in A, und bleibt daselbst fest stehen, ohne den Kopf zu bewegen; bemerket alsdann auf ein Lineal oder Rohr OG, welches ihr gerade vor euch haben müsset, die Ordnung der Sehstralen, durch welche ihr die Höhe, die ihr messen wollet, sehet, und die Theile BFIKG werden unter sich seyn wie die Theile DFHLC.

Messet hierauf mit einem Schue oder einer

Ru-

Ruthe den untern Theil des Hauses DF, dazu ihr nicht kommen könnet, und gesetzt, er habe 8 Schue; so dividiret BF in 8 gleiche Theile; so habt ihr einen Maaßstab die Theile FIKG zu messen.

ENDE.

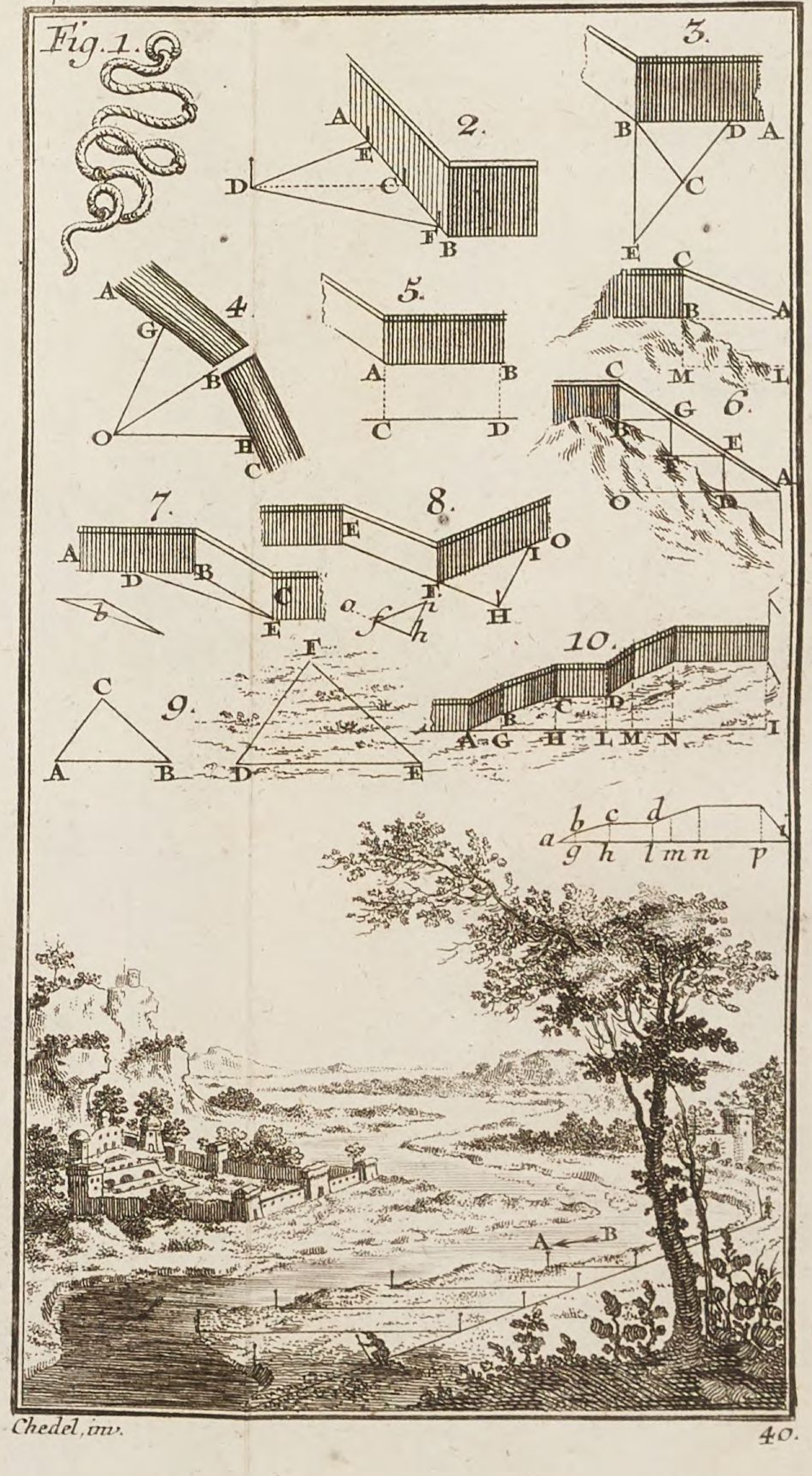
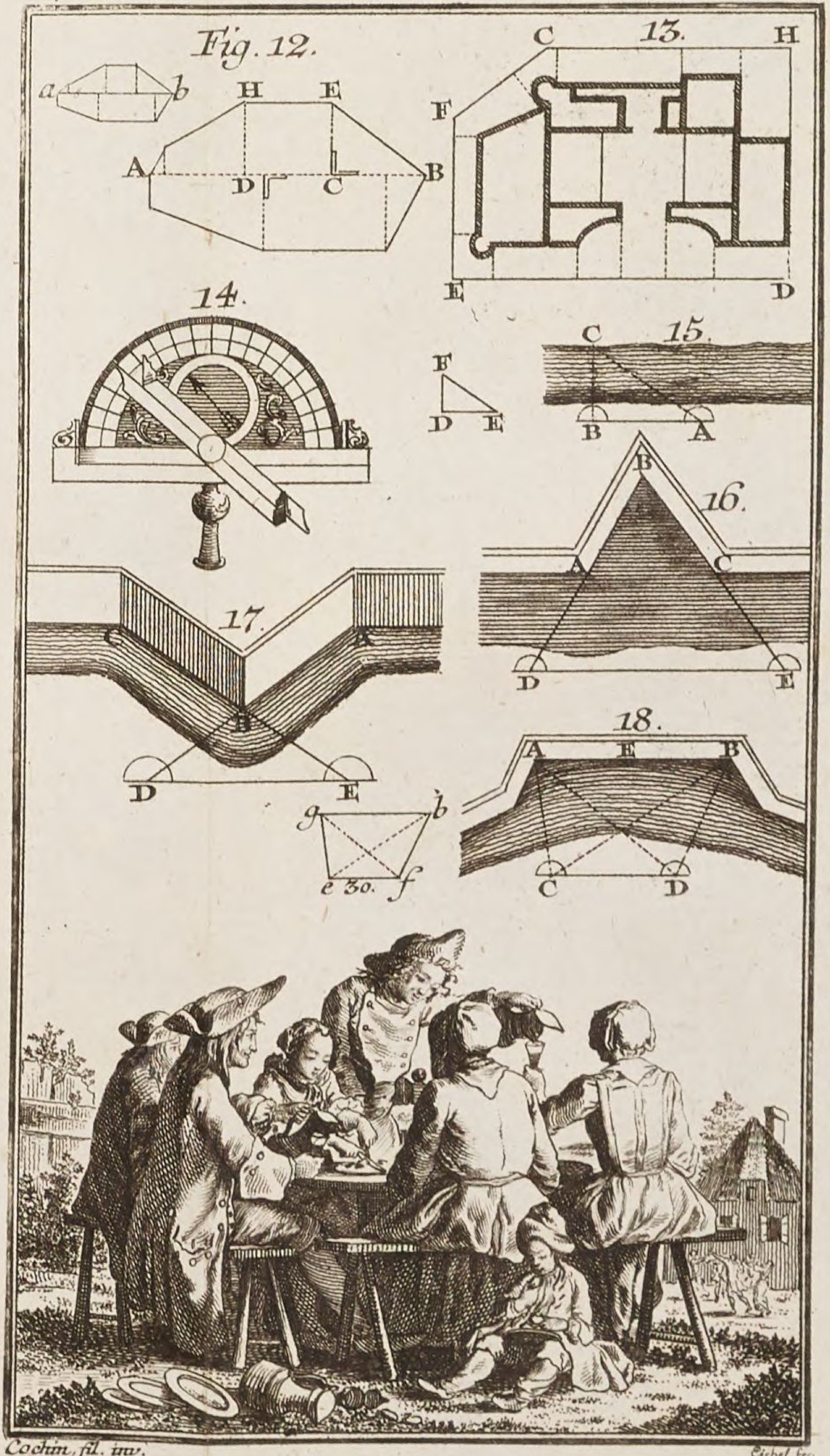


Fig. 1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
L
M
N
O
a b c d
g h l m n p



Cochin, fil. inv. Eichel. fec.

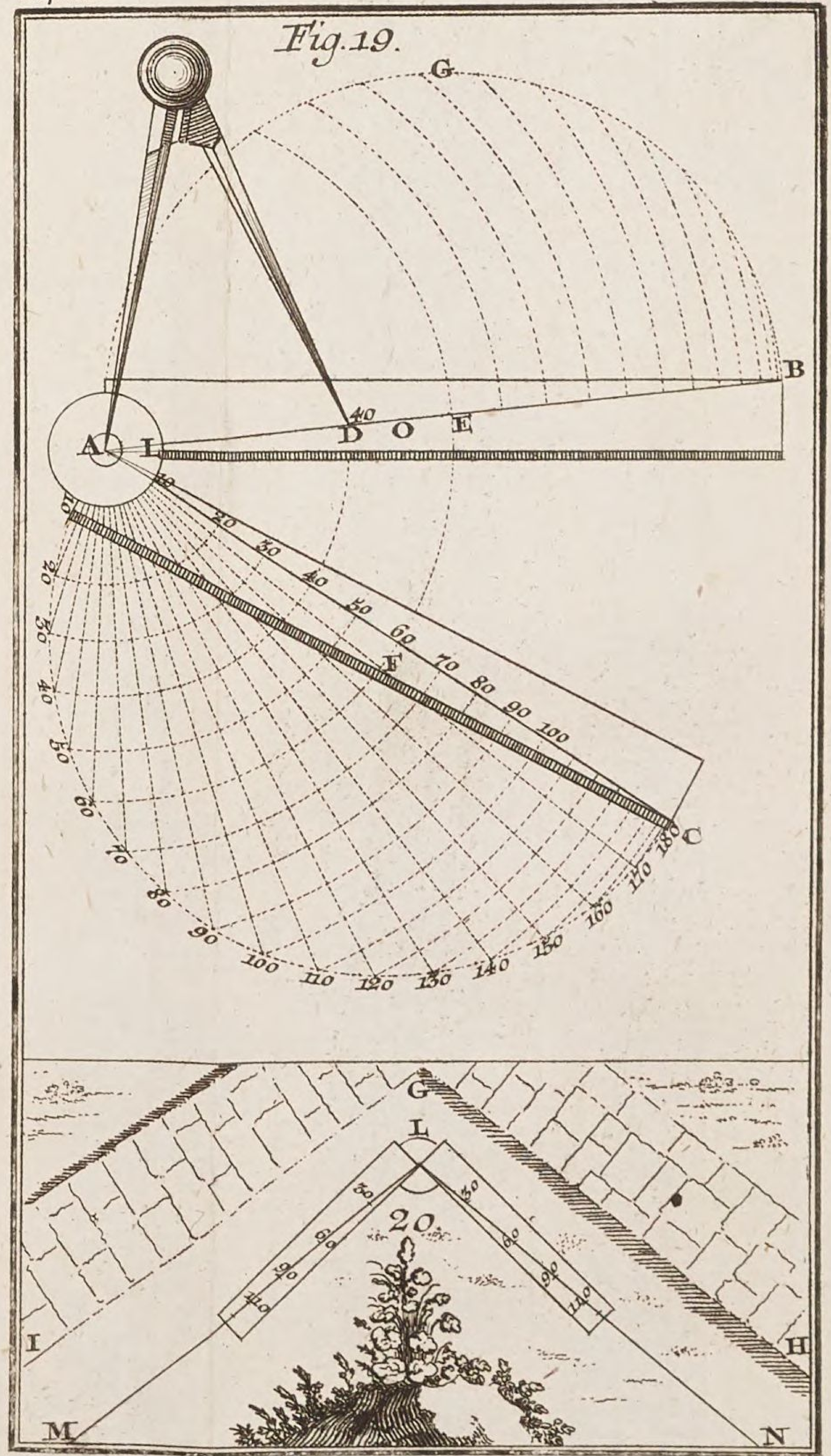


Fig. 19.
G
B
A
I
D O E
40
F
C
20.
L
I
H
M
N

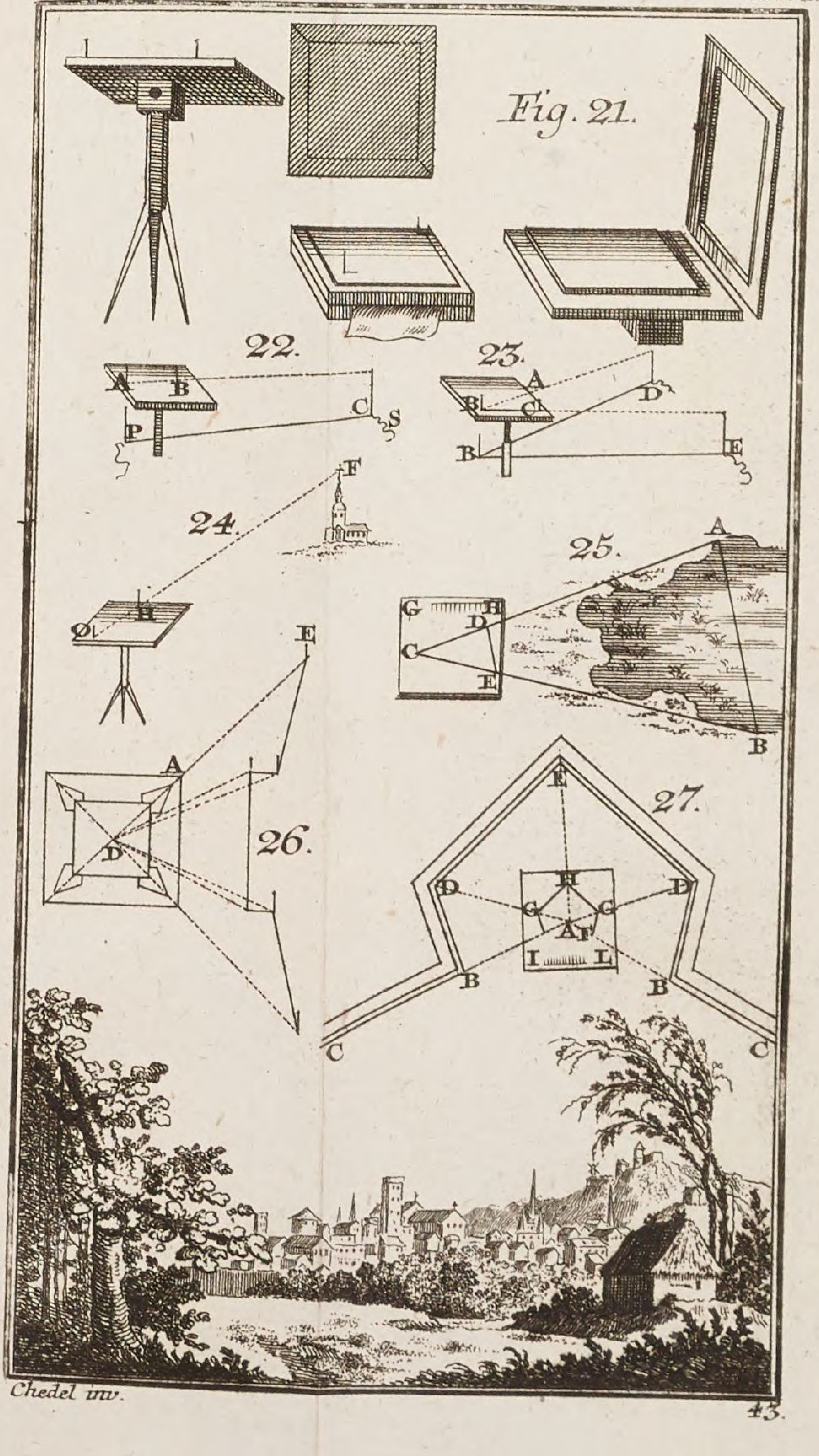


Fig. 21.
22.
A B C S P
23.
A B C D B E
24.
F H O
25.
A B G H D C E
26.
E A D
27.
E H D D G G A F I L B B C C

Chedel inv.

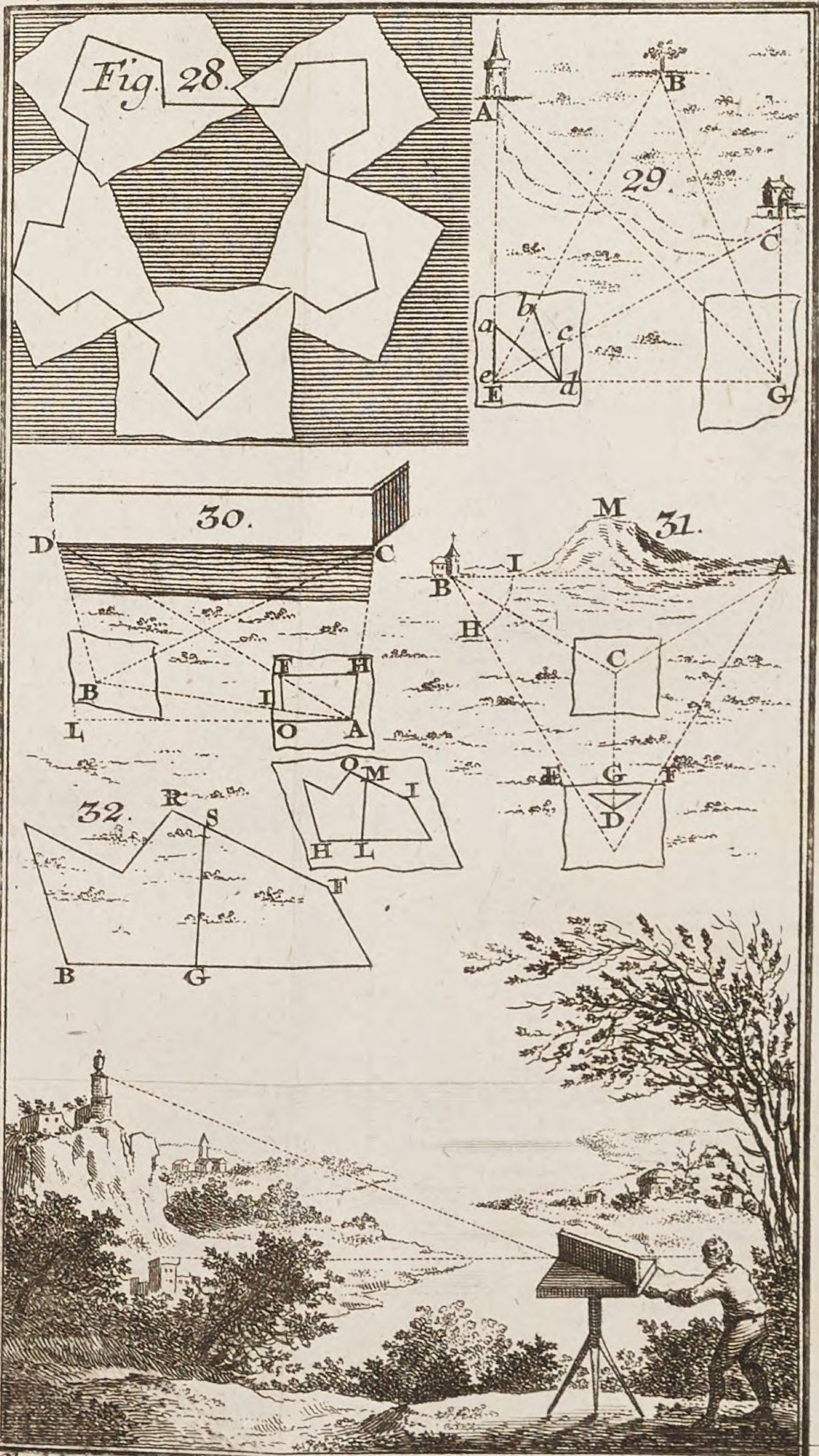
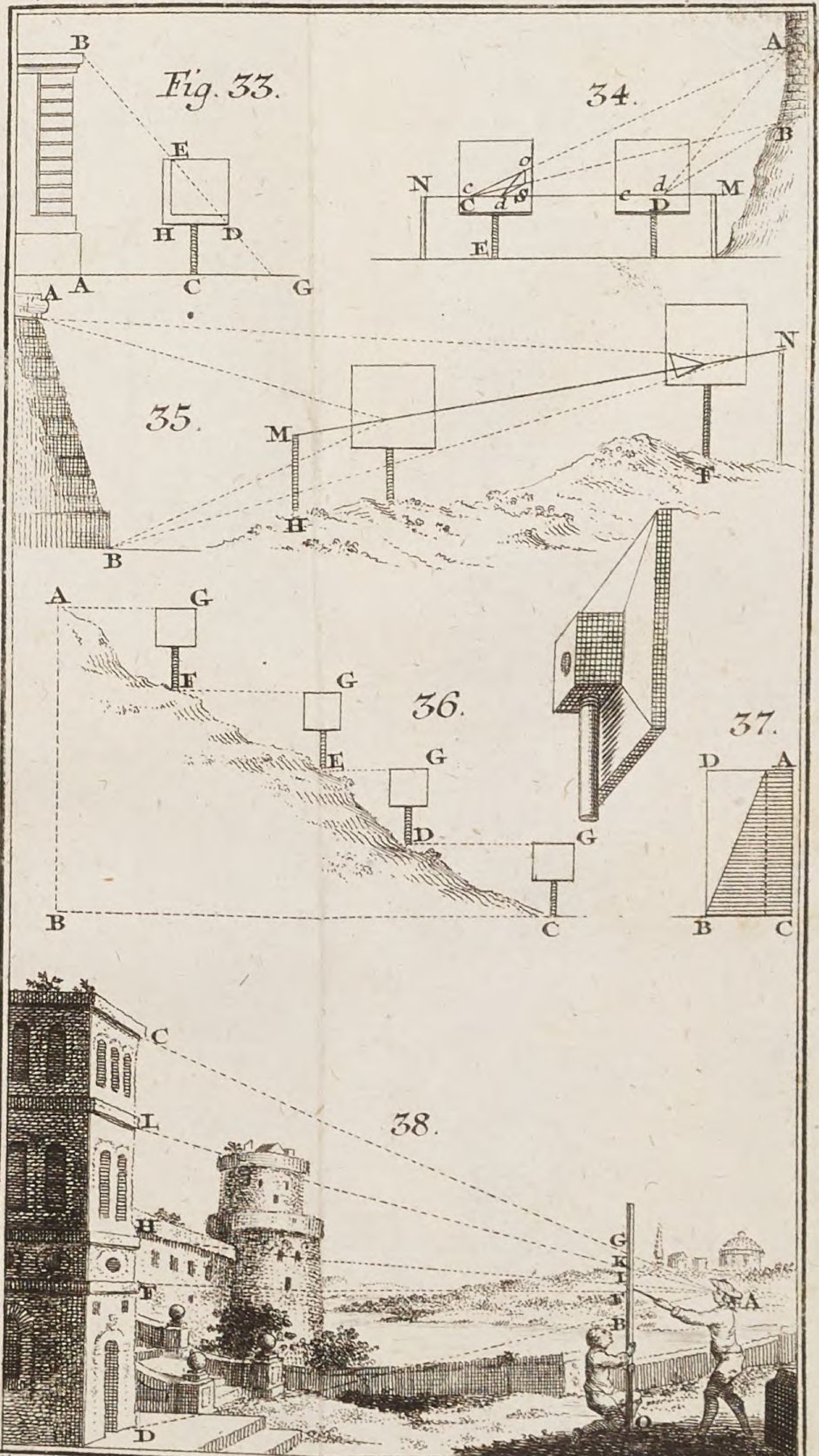


Fig. 28.
29.
A
B
C
a
b
c
d
e
E
G
30.
D
C
B
L
I
E
H
O
A
31.
M
B
I
A
H
C
E
G
F
D
O
M
I
H
L
32.
R
S
F
B
G

Chedel, inv.



Chedel, inv. E. Eichel fec.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Le Clerc, Sébastien,

Abhandlung von der Theoretischen und Practischen Geometrie zum Gebrauche der Künstler Werk- und Baumeister

Augsburg 1756

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- H 1320
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11252022-9
VD18 12015350-004